

## Infix Operaatorid I

- Infix operaatorid (näiteks +) ja tüübid (näiteks ->) kirjutatakse argumentide vahele, mitte argumentide ette.
  - Näiteks: `5 + 2`, `2*pi*r^2`, `Float -> Int`
- Infixoperaatori kasutamiseks prefix-vormis tuleb see panna sulgudesse. Näiteks: `3 + 4 == (+) 3 4`
- Infixoperaatoreid saab ise juurde defineerida:

```

| (@) :: Int -> Int -> Int
| x @ y = 2*x+y
    
```

või

```

| (@) :: Int -> Int -> Int
| (@) x y = 2*x+y
    
```

## Infix Operaatorid II

- Infixoperaatoril on prioriteet (i.k. precedence)
  - Näiteks:  $3*4+5 == (3*4)+5$ , kuna  $*$  on tasemel 7 ja  $+$  tasemel 6
- Infixoperaatoril võib olla assotsiatiivsus
  - näiteks,  $2**3**4 == 2**(3**4)$ ,  $2 - 3 - 4 == (2-3)-4$
- Neid seatakse nn. fixity deklaratsioonidega:

```
infixl 7 *
infixl 6 +
infixl 6 -
infixr 8 **
```
- Fixity-deklaratsioone saab vaadata ghci abil:
  - Näiteks käsuga “:i (+)”
- Prefix-operaatoreid saab rakendada infix-selt tagurpidi-ülakomade (```) vahel
  - Näiteks:  $5 \text{ `div` } 2$

## Eeldefineeritud operaatorite fixity (Haskell 98)

Prec- edence	Left associative operators	Non-associative operators	Right associative operators
9	!!		.
8			^,   **
7	*, /, 'div', 'mod', 'rem', 'quot'		
6	+, -		
5			:, ++
4		==, /=, <, <=, >, >=, 'elem', 'notElem'	
3			&&
2			
1	>>, >>=		
0			`, \$!, 'seq'

## Unit tüüp ja ennikud

Kõige triviaalsem väärtus Haskellis on `()`.

- Selle tüüp on samuti `()` ehk `() :: ()`
- Kasutatakse juhtudel, kui pole vaja informatsiooni edastada.
- Paljudes keeltes kasutatakse tüüpi `void`

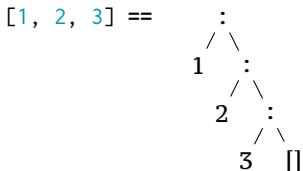
Olemasolevatest tüüpidest saab luua paare ja muid ennikuid:

- `(1, 'a', ())`, `((1.1, 8), False)`
- enniku tüüp konstrueeritakse komponentide tüüpidest  
`(1, 'a', ()) :: (Int, Char, ())`
- paarides olevat info saab kätte mustrisobituselga:

```
f :: (Int, Char, ()) -> Int
f (x,c,()) = x + 1
```

## Järjendid e. listid

- Järjendi tüübiks on “[a]”, kus “a” on järjendi elementide tüüp.
  - Näiteks: [Int], [Char], [[Float]]
- Järjendeid saab kirjutada nii (tüüpide kirjutamine vabatahtlik):
  - [1, 2, 3] :: [Int], [3] :: [Int], [] :: [Int]
  - [True, False, False] :: [Bool], [False] :: [Bool], [] :: [Bool]
- Haskellis listid on arvuti mälus esindatud puudena:



- Järjendi loomiseks on kaks konstruktorit, mis vastavad (list-tüüpi) puu tippudele.
  - [] :: [a]
  - (:) :: a -> [a] -> [a]
  - Näide: [3,2,1] == 3 : 2 : 1 : []

## Järjendi e. listid

- Konstrueerimise vastand on muustrisobitus. Nii saame vaadata, millise konstruktoriga antud väärtus loodi.

```
length []      = 0
length (x:xs) = 1 + length xs
```

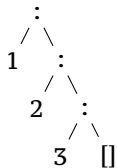
või

```
length xs =
  case xs of
    []      -> 0
    (x:xs) -> 1 + length xs
```

- Mustreid sobitatakse "ülevalt all", kuni esimese sobiva leidmiseni!
- Arvutuskäik:

```
length [1,2,3]
==> length (1 : (2 : (3 : [])))
==> 1 + length (2 : (3 : []))
==> 1 + (1 + length (3 : []))
==> 1 + (1 + (1 + length []))
==> 1 + (1 + (1 + 0))
==> 3
```

## Tähelepanekud



- **Elemendi lisamine listi algusse väga kiire!**
  - kiire == konstante aeg ja mälu
  - Põhjendus: argumente ei ole vaja kopeerida.
- **Viimase elemendi selekteerimine aeglane!**
  - aeglane == linearselt listi pikkusega
- **Järjendi lõppu lisamine aeglane!**
  - aeglane == aeg ja mälu lineaarne listi pikkusega (tuleb kopeerida)
  - Laiks väärtustamine päästab mõnel juhul!
- $\implies$  Listid Haskellis on kasutatavad iteraatoritena

Loe lisaks: RWH, lk 10..12, 23..26; LYaH, peatükk 2 lõpp

## Laisk väärtustamine I

**programm:** rida deklaratsioone. Näiteks:

```
double x = x + x  
main = double (1+1)
```

**redex:** redutseeritav avaldis – programmis olev avaldis, mida saab lihtsustada. Näiteks:  $1+1$

**kontekst:** kõik definitsioonid, mis kehtivad redex-i asukohas.

Näited ülevaloleva programmi kohta:

- $1+1$  puhul on kontekstis kogu programm, kuid neid definitsioone ei lähe vaja.
- järgmisel sammul, kui redexiks  $x + x$  on selle näite puhul kontekstis ka  $x = 2$
- `double (1+1)` puhul on kontekstis kogu programm, kuid vaja läheb vaid `double` definitsiooni.



## Laisk väärtustamine II

Lihtsustada saab

- ① sisseehitatud operaatoreid, aga ainult siis, kui argumendid on juba normaalkujul.
  - $1 + x$  ei saa lihtsustada
  - $1 + 1$  lihtsustub avaldiseks  $2$
- ② nimesid, mis on kontekstis defineeritud
  - $x$  lihtsustub arvuks  $5$ , kui kontekstis on  $x = 5$
- ③ argumendi rakendamist lambda-avaldisele
  - $(\lambda x \rightarrow x+x)$   $5$  lihtsustub avaldiseks  $x+x$  **where**  $x = 5$
- ④ funktsioonirakendust

$$f \ e_1 \ \dots \ e_n \quad (\text{kus } f \ x_1 \ \dots \ x_n = b)$$

$$\Downarrow$$

$$b \ \mathbf{where} \ \{ \ x_n = e_n; \ \dots \ x_n = e_n \}$$

Näiteks: `double (1+1)` lihtsustub avaldiseks  $x+x$  **where**  $x = (1+1)$

- Avaldis on *normaalkujul*, kui teda ei saa enam lihtsustada!
- Kui kontekstis on juba muutuja defineeritud, tuleb funktsiooni/lambda argument ümbernimetada!

## Redutseerimise järjekord I

Redutseerimiseks valida kõige välimisem avaldis. Kui välist avaldist ei saa redutseerida, võtame ette selle alamavaldised, suunaga vasakult-paremale.

Programm:

```
double x = x + x  
main = double (1+1)
```

Reduktsioon (nn. laisk väärtustamine, Haskell):

```
main  
==> double (1+1)  
==> x + x where x = 1+1  
==> x + x where x = 2  
==> 2 + 2  
==> 4
```

## Redutseerimise järjekord II

Kui mitte kasutada *where*-konstruktsiooni, tekivad sisse kordused!

Programm:

```
double x = x + x
main = double (1+1)
```

Reduktsioon (nn. normaaljärjekord):

```
main
==> double (1+1)
==> (1+1) + (1+1)
==> 2 + (1+1)
==> 2 + 2
==> 4
```

## Redutseerimise järjekord III

Normaalkujul või ühekordselt esinevad argumendid võime kohe asendada funktsiooni! (S.t. ei pea lisama *where*-konstruktsiooni.)

Programm:

```
fact 0 = 1
fact x = x * fact (x-1)
main = fact 2
```

NB! Kui lihtsustamist takistab mustrisobitus, tuleb redutseerida sobitatavat avaldist (nii vähe kui võimalik)!

Reduktsioon:

```
main
==> fact 2
==> 2 * fact (2-1)
==> 2 * fact 1
==> 2 * (1 * fact 0)
==> 2 * (1 * 1)
==> 2 * 1
==> 2
```

Loe lisaks: RWH, lk 32..36

## Kõrgemat järku funktsioon I

... on funktsioon, mis võtab argumendiks (või tagastab) funktsiooni.  
Näiteks

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
map f [] = []
map f (x:xs) = f x : map f xs
```

Funktsiooni map illustreerib järgmine võrdus:

$$\text{map } f [x_1, x_2, \dots, x_n] = [f x_1, f x_2, \dots, f x_n]$$

FP keskne mõte: arvutada saab ka arvutustega (e. funktsioonidega).

Näiteks map saab interpreteerida kui  $(a \rightarrow b) \rightarrow ([a] \rightarrow [b])$

## Kõrgemat järku funktsioon II

### Näiteks

```

foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
foldr f b []      = b
foldr f b (x:xs) = f x (foldr f b xs)

```

Funktsiooni foldr illustreerib järgmine võrdus:

$$\text{foldr } (+) \ b \ [x_1, x_2, \dots, x_n] = x_1 + (x_2 + (\dots + (x_n + b)))$$

Funktsiooni map saab defineerida läbi foldr-i

```

map f xs = foldr g [] xs
  where g x y = (f x) : y

```

ehk

$$\text{foldr } g \ [] \ [x_1, x_2, \dots, x_n] = x_1 'g' (x_2 'g' (\dots 'g' (x_n 'g' []))) = f \ x_1 : f \ x_2 : \dots : f \ x_n : []$$

## Kõrgemat järku funktsioon III

### Näiteks

```

foldl :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> b
foldl f b []      = b
foldl f b (x:xs) = foldr f (f b x) xs

```

Funktsiooni foldl illustreerib järgmine võrdus:

$$\text{foldl } (+) \mathbf{b} [x_1, x_2, \dots, x_n] = (((\mathbf{b} + x_1) + x_2) + \dots) + x_n$$

Funktsiooni reverse saab defineerida läbi foldl-i

```

reverse xs = foldl g [] xs
  where g x y = y : x

```

ehk

$$\text{foldl } g [] [x_1, x_2, \dots, x_n] = ((([] \text{ 'g' } x_1) \text{ 'g' } x_2) \text{ 'g' } \dots) \text{ 'g' } x_n = x_n : \dots : x_2 : x_1 : []$$

## Miks eelistada kõrgemat järku funktsioone

- Programmeerijatena ei jõua me kaugele mõeldes *bittide*-tasemel.
- Peame jõudma kõrgemale tasemele — abstraktsemalt

```
f :: [Double] -> [Double]
f (0:_) = []
f (x:xs) = x + f xs
f []     = []
```

vs.

```
f = sum . takeWhile (/=0)
```

Loe lisaks: RWH, peatükk 4, lk 84..99



## Haskelli tüübisüsteem

Haskelli on *staatiliselt tüübitud*, *tugevalt tüübitud*, *tüübituletusega* programmeerimiskeel.

- staatiliselt tüübitud — tüübid teada kompileerimise ajal
- tugevalt tüübitud
  - garantii, et väärtused on just seda tüüpi, millega nad end esitavad
  - tüüpe ei teisendata automaatselt. (nagu C-s `int` -> `float`)

S.t. rohkem eeltööd, et tüübivead eemaldada. Programm on aga siis töökindlam.

- tüübituletus — enamasti kirjutatakse tüüpe ainult selleks, et kontrollida, kas kompilaator saab programmist samamoodi aru nagu programmeerija.