

# Praktikum 7

## Kahendpuud

- **Abivahendid kahendpuu loomiseks, kuvamiseks ja töötlemiseks**
- **Harjutusülesanded**
  - KP\_1. Täieliku kahendpuu valmistamine
  - KP\_2. Kahendpuu kõrgus
  - KP\_3. Tasakaalu kontrollimine
  - KP\_4. Kahendpuu ja puu läbimine
  - KP\_5. Aritmeetilise avaldise puu
  - KP\_6. Tipu järglaste koguarv
  - KP\_7. Tippudele kõrguse- ja tasemeväljad
  - KP\_8. Tasemete generaator
  - KP\_9. Kompaktse kahendpuu valmistamine
  - KP\_10. Kahendpuu peegeldus

# Abivahendid kahendpuu loomiseks, kuvamiseks ja töötlemiseks

**Pakett *ee.ut.kiho.aa.graaf*** ( `import ee.ut.kiho.aa.graaf.*;` )

sisaldab klasside

*Graaf*

*GraafiJoonistaja*

*Kaar*

*Kahendpuu*

*Puu*

*Tipp*

kirjeldusi.

Kahendpuud käsitletakse kui graafi/puu erijuhtu. Seetõttu on rakendatavad graafi- ja puutöötlemise meetodid klassidest *Graaf/Puu*. Kahendpuu/puu juureks on graafi esimene tipp (tipp indeksiga 0).

Vasak-parem alluvussuhe on määratud tippude x-koordinaatidega:

kui tipp  $t$  on tipu  $u$  alluv (st on olemas kaar  $u \rightarrow t$ ), siis

$t$  on tipu  $u$  vasak alluv, kui  $t.x < u.x$ ,

$t$  on tipu  $u$  parem alluv, kui  $t.x > u.x$ .

*n*-tipulise juhu-kahendpuu *kp* valmistamine:

```
Kahendpuu kp = new Kahendpuu(Puu.juhupuu(n, 2));
```

# Harjutusülesanded

## KP\_1. Täieliku kahendpuu valmistamine [Kiho 2003, lk 28]

Kirjutada ja testida rekursiivne meetod järgmise ülesande lahendamiseks.

Antud: arv  $m$  – loodava kahendpuu tasemete arv.

Tulemus: täielik  $m$ -tasemeline kahendpuu.

Java

Ühetipulise (ainult juur) kahendpuu  $kp$  tegemine:

```
Graaf g = Graaf();           -- tühi graaf
g.lisada(new Tipp());        -- lisada üks tühi tipp
Kahendpuu kp = new Kahendpuu(g);
```

Kahendpuus  $kp$  alluvateta tipule  $t$  mõlema alluva lisamine:

```
Tipp uus = new Tipp();       -- tühi tipp
kp.lisadaAlluv(t, uus, true); -- true: lisamine vasakuks alluvaks
uus = new Tipp();
kp.lisadaAlluv(t, uus, false) -- false: lisamine paremaks alluvaks
```

Ehk lühemalt:

```
kp.lisadaAlluv(t, new Tipp(), true);
kp.lisadaAlluv(t, new Tipp(), false);
```

Kahendpuu (ka graafi ja puu) kuvamine:

```
kp.väljastadaTabelina("fail.txt"); -- kahendpuu faili (tabelkujul)
new GraafiJoonistaja("fail.txt", true); -- tippudes märgendid
new GraafiJoonistaja("fail.txt"); -- tippudes numbrid
```

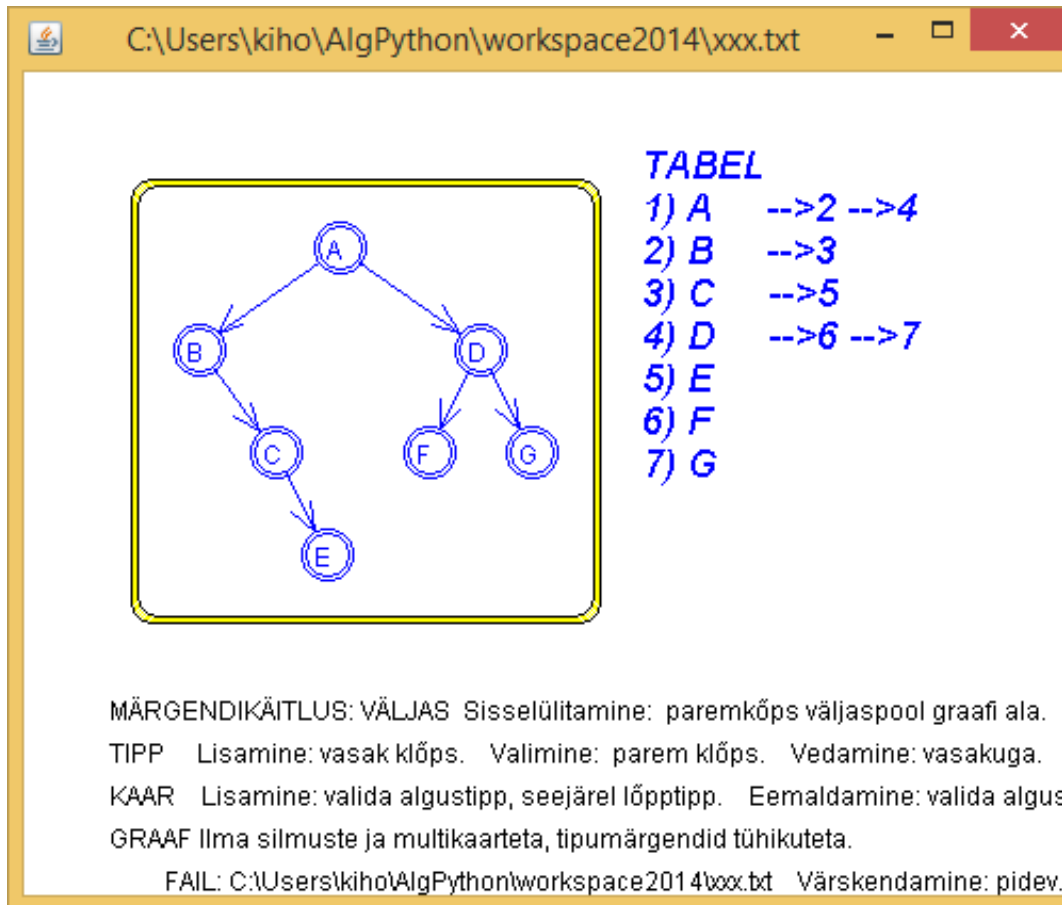
## KP\_2. Kahendpuu kõrgus

Kirjutada ja testida rekursiivne meetod järgmise ülesande lahendamiseks.

Antud: kahendpuu ja selle tipp.

Tulemus: antud tipust algava (alam)kahendpuu kõrgus.

Testi tulemuse näide



The screenshot shows a text editor window with the following content:

**TABEL**

1) A	-->2 -->4
2) B	-->3
3) C	-->5
4) D	-->6 -->7
5) E	
6) F	
7) G	

MÄRGENDIKÄITLUS: VÄLJAS Sisselülitamine: paremkõps väljaspool graafi ala.  
TIPP Lisamine: vasak klõps. Valimine: parem klõps. Vedamine: vasakuga.  
KAAR Lisamine: valida algustipp, seejärel lõpptipp. Eemaldamine: valida algus  
GRAAF ilma silmuste ja multikaarteta, tipumärgendid tühikuteta.  
FAIL: C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\xxx.txt Värskendamine: pidev.

Alampuu  
juur kõrgus

A	4
B	3
C	2
D	2
E	1
F	1
G	1

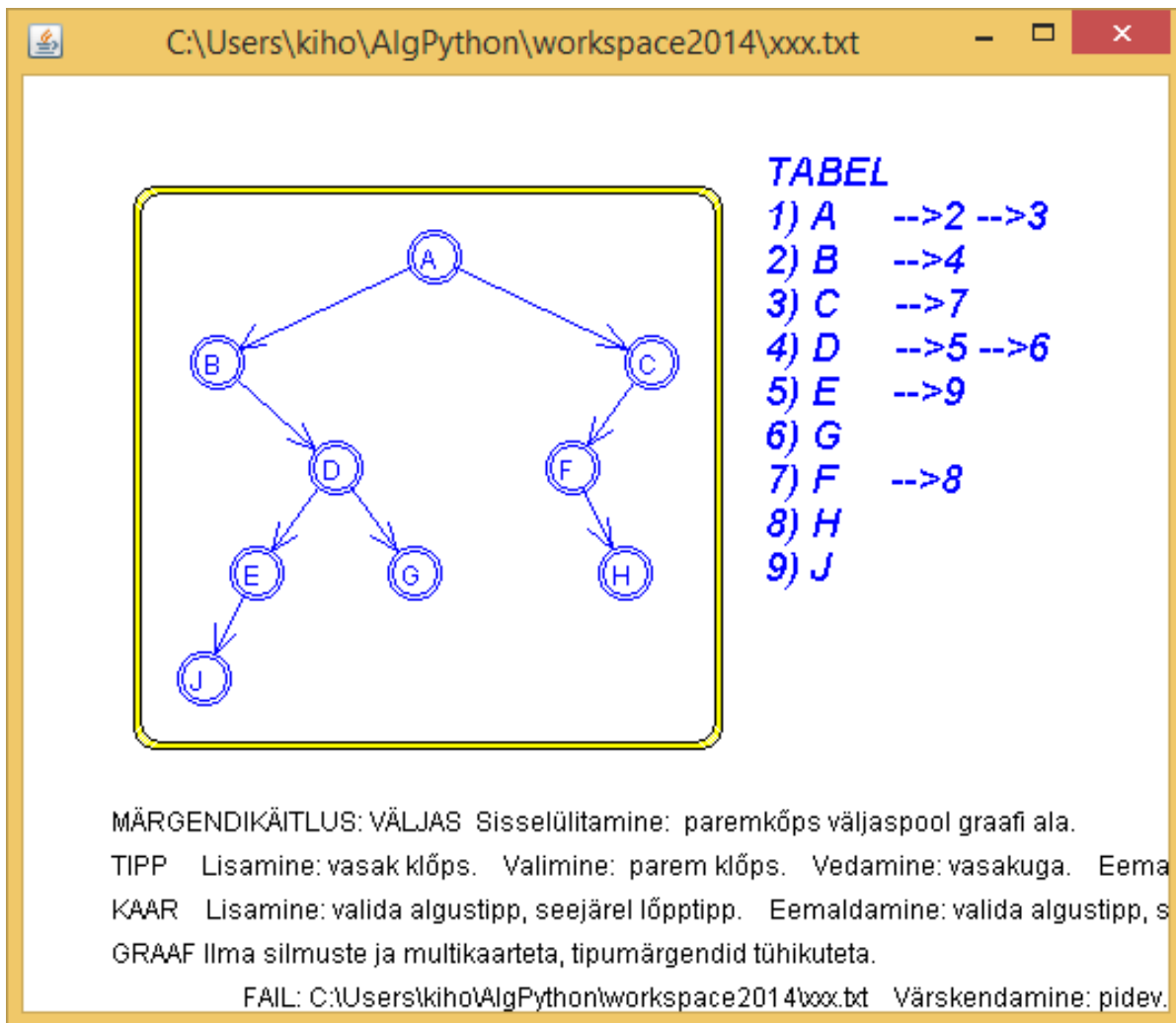
### KP\_3. Tasakaalu kontrollimine

Kirjutada ja testida meetod järgmise ülesande lahendamiseks.

Antud: kahendpuu.

Tulemus: antud kahendpuu nende tippude järjend (listina), kus tasakaal on rikutud, st tipu alluvate kõrgus erineb rohkem kui 1 võrra.

#### Testi tulemuse näide



The screenshot shows a window titled "C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\xxx.txt". Inside, a binary tree is drawn with nodes A through J. Node A is the root. Node B is the left child of A, and node C is the right child. Node D is the left child of B, and node F is the left child of C. Node E is the left child of D, and node G is the right child of D. Node J is the left child of E, and node H is the right child of F. To the right of the tree is a table:

TABEL		
1) A	-->2	-->3
2) B	-->4	
3) C	-->7	
4) D	-->5	-->6
5) E	-->9	
6) G		
7) F	-->8	
8) H		
9) J		

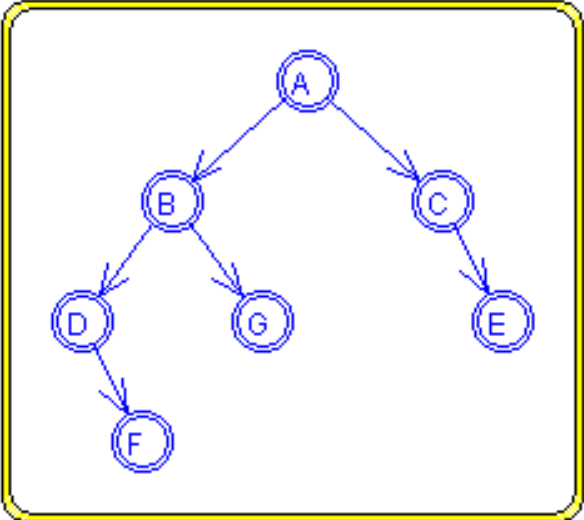
Below the table, there is a list of instructions in Estonian:

MÄRGENDIKÄITLUS: VÄLJAS Sisselülitamine: paremkõps väljaspool graafi ala.  
TIPP Lisamine: vasak klõps. Valimine: parem klõps. Vedamine: vasakuga. Eema  
KAAR Lisamine: valida algustipp, seejärel lõpptipp. Eemaldamine: valida algustipp, s  
GRAAF ilma silmuste ja multikaarteta, tipumärgendid tühikuteta.  
FAIL: C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\xxx.txt Värskendamine: pidev.

Tasakaal rikutud  
tipus B  
tipus C

## Testi tulemuse näide

C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\xxx.txt



```
graph TD; A((A)) --> B((B)); A --> C((C)); B --> D((D)); B --> G((G)); C --> E((E)); D --> F((F));
```

**TABEL**

- 1) A -->2 -->3
- 2) B -->4 -->7
- 3) C -->5
- 4) D -->6
- 5) E
- 6) F
- 7) G

MÄRGENDIKÄITLUS: VÄLJAS Sisselülitamine: paremkõps väljaspool graafi a  
TIPP Lisamine: vasak klõps. Valimine: parem klõps. Vedamine: vasaku  
KAAR Lisamine: valida algustipp, seejärel lõpptipp. Eemaldamine: valida a  
GRAAF ilma silmuste ja multikaarteta, tipumärgendid tühikuteta.  
FAIL: C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\xxx.txt Värskendamine: pidev.

On tasakaalus.

# KP\_4. Kahendpuu ja puu läbimine

## KP\_4-1. Kahendpuu läbimine [Kiho 2003, lk 29]

Kirjutada ja testida rekursiivsed meetodid järgmiste ülesannete lahendamiseks

Antud: kahendpuu ja selle tipp  $t$ .

Tulemus: tipust  $t$  algava kahendpuu tipud eesjärjestuses (listina).

Antud: kahendpuu ja selle tipp  $t$ .

Tulemus: tipust  $t$  algava kahendpuu tipud keskjärjestuses (listina).

Antud: kahendpuu ja selle tipp  $t$ .

Tulemus: tipust  $t$  algava kahendpuu tipud lõppjärjestuses (listina).

*Java*

Tagastada (listina) tipust  $t$  algava  $kp$  alamkahendpuu tipud eesjärjestuses:

```
ArrayList<Tipp> eesjrst(Kahendpuu kp, Tipp t){
    ArrayList<Tipp> tulem = new ArrayList<Tipp>();
    if (t == null) return tulem;
    tulem.add(t);
    tulem.addAll(eesjrst(kp, kp.vasakAlluv(t)));
    tulem.addAll(eesjrst(kp, kp.paremAlluv(t)));
    return tulem;
}
```



## KP\_4-2. Puu läbimine

Kirjutada ja testida rekursiivsed funktsioonid järgmiste ülesannete lahendamiseks.

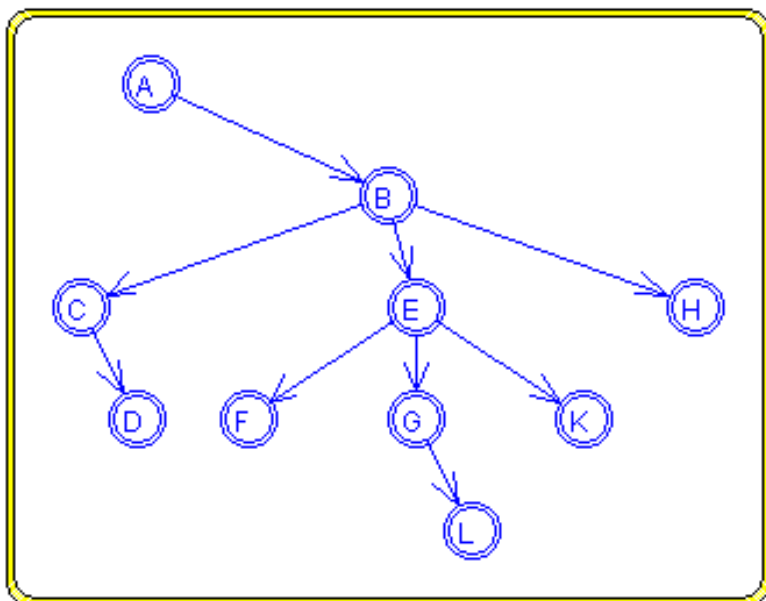
Antud: puu ja selle tipp  $t$ .

Tulemus: tipust  $t$  algava (alam)puu tipud eesjärjestuses (listina).

Antud: puu ja selle tipp  $t$ .

Tulemus: tipust  $t$  algava (alam)puu tipud lõppjärjestuses (listina).

C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\xxx.txt



### TABEL

- 1) A -->2
- 2) B -->3 -->5 -->8
- 3) C -->4
- 4) D
- 5) E -->6 -->7 -->9
- 6) F
- 7) G -->10
- 8) H
- 9) K
- 10) L

Testi tulemuse näide

Puu eesjrst:  
ABCDEFGHIGLKH

Puu lõppjrst:  
DCFLGKEHBA

MÄRGENDIKÄITLUS: VÄLJAS Sisselülitamine: paremkõps väljaspool graafi ala.

TIPP Lisamine: vasak klõps. Valimine: parem klõps. Vedamine: vasakuga. Eemaldamine: pari

KAAR Lisamine: valida algustipp, seejärel lõpptipp. Eemaldamine: valida algustipp, seejärel lõpti

GRAAF Ilma silmuste ja multikaarteta, tipumärgendid tühikuteta.

FAIL: C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\xxx.txt Värskendamine: pidev.

## **KP\_5. Aritmeetilise avaldise puu**

Koostada programm, mis valmistab (juhusliku) aritmeetilise avaldise kahendpuu ja arvutab vastava avaldise väärtuse. (Vt ka järgmine slaid.)

Eraldi meetoditena kirjeldada järgmised alamülesanded:

### **KP\_5-1. Aritmeetilise avaldise puu valmistamine**

Kirjutada ja testida funktsioon järgmise ülesande lahendamiseks.

Antud: kahendpuu.

Tulemus: antudkahendpuu muudetud 0-2 kahendpuuks (igale ühe alluvaga tipule lisatud teine, puudunud alluv), seejärel rippuvate e. lehttippude märgenditeks seatud juhuarvud, ülejäänutele – binaarsete tehete märgid, juhuvalik (+ - \* /) seast.

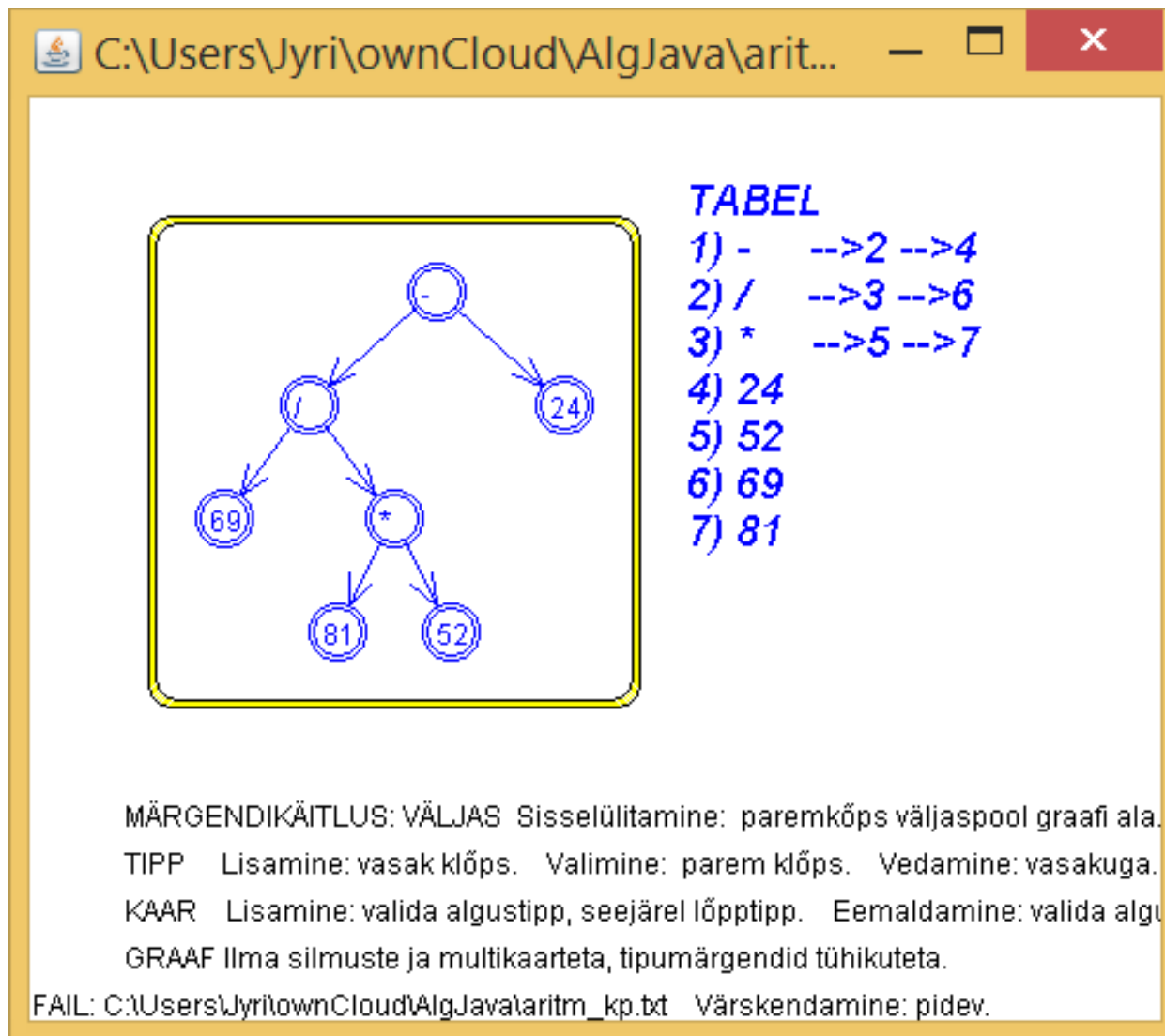
### **KP\_5-2. Aritmeetilise avaldise puust väärtuse arvutamine**

Kirjutada ja testida rekursiivne funktsioon järgmise ülesande lahendamiseks.

Antud: aritmeetiline kahendpuu ja selle tipp  $t$ .

Tulemus: tipust  $t$  algava aritmeetilisest (alam)puust arvutatud väärtus.

# Aritmeetilise avaldise kahendpuu (KOP\_5 testi tulemuse) näide.



The screenshot shows a Java application window titled "C:\Users\Jyri\ownCloud\AlgJava\arit...". The main content area contains a diagram of an arithmetic expression tree and a table of operations.

The tree diagram shows a root node with a minus sign (-). The left child is a division node (/), and the right child is a leaf node with the value 24. The division node has a left child leaf node with the value 69 and a right child multiplication node (\*). The multiplication node has two leaf children with values 81 and 52.

The table, titled "TABEL", lists operations and their corresponding indices:

Operation	Index 1	Index 2	Index 3
-	2	4	
/	3	6	
*	5	7	
24			4
52			5
69			6
81			7

MÄRGENDIKÄITLUS: VÄLJAS Sisselülitamine: paremkõps väljaspool graafi ala.  
TIPP Lisamine: vasak klõps. Valimine: parem klõps. Vedamine: vasakuga.  
KAAR Lisamine: valida algustipp, seejärel lõpptipp. Eemaldamine: valida algus- ja lõpptipp.  
GRAAF Ilma silmuste ja multikaarteta, tipumärgendid tühikuteta.  
FAIL: C:\Users\Jyri\ownCloud\AlgJava\aritm\_kp.txt Värskendamine: pidev.

Avaldise väärtus: -23.98.

## KP\_6. Tipu järglaste koguarv

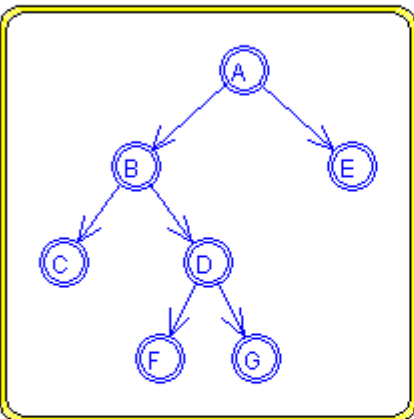
Kirjutada ja testida rekursiivne meetod järgmise ülesande lahendamiseks.

Antud: kahendpuu ja selle tipp.

Tulemus: antud tipu kõigi (vahetute ja kaugemate) järglaste koguarv antud kahendpuus.

Testi tulemuse näide

C:\AlgPyhton\workspace2014\box.txt



**TABEL**

- 1) A -->2 -->5
- 2) B -->3 -->4
- 3) C
- 4) D -->6 -->7
- 5) E
- 6) F
- 7) G

MÄRGENDIKÄITLUS: VÄLJAS Sisselülitamine: paremkõps väljaspool graafi ala.  
TIPP Lisamine: vasak klõps. Valimine: parem klõps. Vedamine: vasakuga. Eemaldamine  
KAAR Lisamine: valida algustipp, seejärel lõpptipp. Eemaldamine: valida algustipp, seejärel l  
GRAAF ilma silmuste ja multikaarteta, tipumärgendid tühikuteta.

FAIL: C:\AlgPyhton\workspace2014\box.txt Värskendamine: pidev.

Tipp	Järglasi
A	6
B	4
C	0
D	2
E	0
F	0
G	0

## KP\_7. Tippudele kõrguse- ja tasemeväljad

**KP\_7-1.** Kirjutada ja testida rekursiivne meetod järgmise ülesande lahendamiseks.

Antud: kahendpuu  $kp$ , selle tipp  $t$ .

Tulemus: tipust  $t$  algavas  $kp$  alampuus on iga tipu  $u$  väljale "h" omistatud tipust  $u$  algava alampuu kõrgus; tagastatakse tipust  $t$  algava alampuu kõrgus.

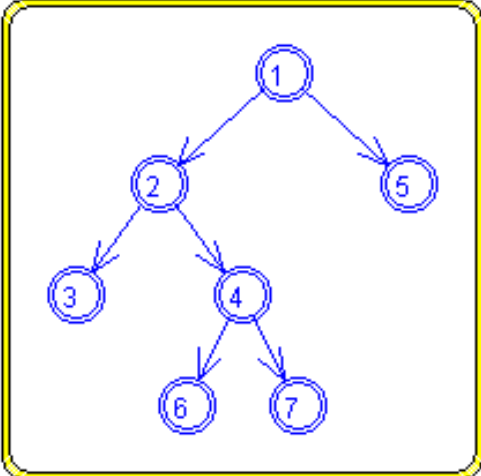
**KP\_7-2.** Kirjutada ja testida rekursiivne meetod järgmise ülesande lahendamiseks.

Antud: kahendpuu  $kp$ , selle tipp  $t$  ja tipu  $t$  tasemenumber  $m$ .

Tulemus: tipust  $t$  algavas  $kp$  alampuus on iga tipu väljale "tase" omistatud tasemenumber; antud tipu tasemenumbriks on  $m$ , selle alluvatel  $m+1$  jne.

## KP\_7 testi tulemuse näide

C:\Users\Jyri\ownCloud\AlgJava\kpxxx.t... — □ ×



**TABEL**

- 1) tase=1;h=4;A-->2 -->5
- 2) tase=2;h=3;B-->3 -->4
- 3) tase=3;h=1;C
- 4) tase=3;h=2;D-->6 -->7
- 5) tase=2;h=1;E
- 6) tase=4;h=1;F
- 7) tase=4;h=1;G

MÄRGENDIKÄITLUS: VÄLJAS Sisselülitamine: paremkõps väljaspool graafi ala.  
TIPP Lisamine: vasak klõps. Valimine: parem klõps. Vedamine: vasakuga. E  
KAAR Lisamine: valida algustipp, seejärel lõpptipp. Eemaldamine: valida algustip  
GRAAF ilma silmuste ja multikaarteta, tipumärgendid tühikuteta.  
FAIL: C:\Users\Jyri\ownCloud\AlgJava\kpxxx.bt Värskendamine: pidev.

## KP\_8. Tasemete generaator

Kirjutada ja testida tasemete generaator genereerimaks järjest antud kahendpoo tasemeid (tippude loeteludena).

Testi tulemuse näide

C:\Users\Jyri\ownCloud\AlgJava\juhu\_kp.txt

```
graph TD; A((A)) --> B((B)); A --> I((I)); B --> C((C)); B --> D((D)); C --> E((E)); E --> G((G)); D --> F((F)); D --> H((H)); H --> K((K)); I --> J((J));
```

**TABEL**

1) A	-->2	-->9
2) B	-->3	-->4
3) C	-->5	
4) D	-->6	-->8
5) E	-->7	
6) F		
7) G		
8) H	-->11	
9) I	-->10	
10) J		
11) K		

MÄRGENDIKÄITLUS: VÄLJAS Sisselülitamine: paremkõps väljaspool graafi ala.  
TIPP Lisamine: vasak klõps. Valimine: parem klõps. Vedamine: vasakuga. Eemaldamine:  
KAAR Lisamine: valida algustipp, seejärel lõpptipp. Eemaldamine: valida algustipp, seejärel lõ  
GRAAF ilma silmuse ja multikaarteta, tipumärgendid tühikuteta.

FAIL: C:\Users\Jyri\ownCloud\AlgJava\juhu\_kp.txt Värskendamine: pidev.

Tipumärgendid  
tasemeti:

A  
B I  
C D J  
E F H  
G K

## KP\_9. Kompaktse kahendpuu valmistamine [Kiho 2003, lk 28]

Kirjutada ja testida meetod järgmise ülesande lahendamiseks.

Antud: arv  $n$  – loodava kahendpuu tippude arv.

Tulemus: kompaktne  $n$ -tipuline kahendpuu.

Meetodi  
üldskeem:

Valmistada (KP\_1) täielik kahendpuu, milles on  $\log_2(n + 1)$  taset.  
Leida (KP\_8) viimase taseme tipud ja lisada neile alluvateks  
veel vajalik arv uusi tippe.



## KP\_10. Kahendpuu peegeldus

Kirjutada ja testida meetod järgmise ülesande lahendamiseks.

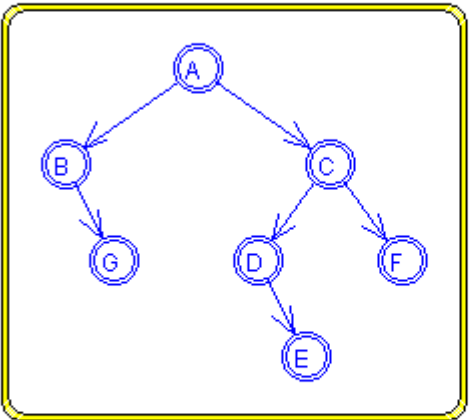
Antud: kahendpuu.

Tulemus: antud kahendpuu peegeldus üle vertikaaltelje.

Idee: tippude x-koordinaadid asendada vastandarvudega.

Testi tulemuse näide

C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\xxx.txt



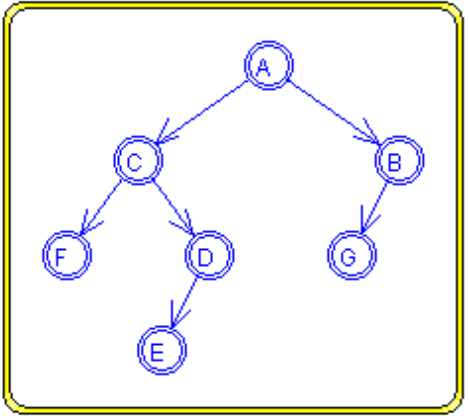
```
graph TD; A((A)) --> B((B)); A --> C((C)); B --> G((G)); C --> D((D)); C --> F((F)); D --> E((E));
```

**TABEL**

1) A	-->2	-->3
2) B	-->7	
3) C	-->4	-->6
4) D	-->5	
5) E		
6) F		
7) G		

MÄRGENDIKÄITLUS: VÄLJAS Sisselülitamine: paremkõps väljaspool graafi  
TIPP Lisamine: vasak klõps. Valimine: parem klõps. Vedamine: vasaku  
KAAR Lisamine: valida algustipp, seejärel lõpptipp. Eemaldamine: valida  
GRAAF Ilma silmuste ja multikaarteta, tipumärgendid tühikuteta.  
FAIL: C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\xxx.txt Värskendamine: pidev.

C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\yyy.txt



```
graph TD; A((A)) --> C((C)); A --> B((B)); C --> F((F)); C --> D((D)); D --> E((E)); B --> G((G));
```

**TABEL**

1) A	-->2	-->3
2) B	-->7	
3) C	-->4	-->6
4) D	-->5	
5) E		
6) F		
7) G		

MÄRGENDIKÄITLUS: VÄLJAS Sisselülitamine: paremkõps väljaspool graafi  
TIPP Lisamine: vasak klõps. Valimine: parem klõps. Vedamine: vasaku  
KAAR Lisamine: valida algustipp, seejärel lõpptipp. Eemaldamine: valida  
GRAAF Ilma silmuste ja multikaarteta, tipumärgendid tühikuteta.  
FAIL: C:\Users\kiho\AlgPython\workspace2014\yyy.txt Värskendamine: pidev.