

Algebra II  
13. praktikumi ülesanded.  
Lõplikud Abeli rühmad.

1. Leida kõik 36. ja 250. järku Abeli rühmad.
2. Olgu  $p$  algarv. Leida  $p^n$  järku Abeli rühmade arv, kui  $n < 9$ .
3. Leida kõik 98 000. järku Abeli rühmad.
4. Lahutada  $\mathbb{Z}_{49} \oplus \mathbb{Z}_{200} \oplus \mathbb{Z}_{1000} \oplus \mathbb{Z}_{1274}$  otsesummaks  $\mathbb{Z}_{m_1} \oplus \mathbb{Z}_{m_2} \oplus \dots \oplus \mathbb{Z}_{m_n}$ , kus  $m_i \mid m_{i+1}$ ,  $i = 1, \dots, n - 1$ . Kas seda on võimalik teha mitmel viisil?
5. Leida rühmade  $\mathbb{Z}_4 \oplus \mathbb{Z}_6$  ja  $\mathbb{Z}_8 \oplus \mathbb{Z}_{10} \oplus \mathbb{Z}_{24}$  maksimaalset järku element.
6. Tõestada, et kui  $G$  on  $n$ . järku Abeli rühm ja  $m \mid n$ , siis rühmas  $G$  leidub  $m$ . järku alamrühm.
7. Tõestada ilma loengukonspekti teoreemi 5.27 kasutamata, et lõplik Abeli  $p$ -rühm on tsükliline parajasti siis, kui tal on täpselt üks  $p$ . järku alamrühm.
8. a) Olgu  $A$  lõplik Abeli  $p$ -rühm ja  $a$  selle maksimaalset järku element. Tõestada teoreemi 5.27 kasutamata, et  $A = \langle a \rangle \dot{+} B$  mingi  $B \leq A$  korral.  
b) Tõestada teoreemi 5.27 abil sama väide suvalise lõpliku Abeli rühma jaoks.
- 9\*. Olgu  $p > 2$  algarv. Leida isomorfismi täpsuseni kõik lõplikud (mitte tingimata Abeli)  $p^3$  järku rühmad.