Kevad 2019

Algebra II
1. praktikumi ülesanded.
Algebralised struktuurid. Alamstruktuurid.

1. Tõestada, et lõplik (mõlemapoolse) taandamisega poolrühm on rühm.

2. Tõestada, et kui rühma iga element on iseenda pöördelement, siis on tegu Abeli rühmaga.

3. Leida, mitmel eri viisil saab neljaelemendilise hulga rühmaks muuta.

4. Leida mittekommutatiivse rühma vähim elementide arv.

5. Tõestada, et kui ringis kehtib samasus $x^2 = x$, siis see ring on kommutatiivne? Kas väide kehtib ka samasuse $x^3 = x$ korral?

6. Leida tingimus Abeli rühma A jaoks, mis võimaldab ta muuta vektorruumiks üle korpuse $\mathbb{Z}_p$, kus p on algarv.

7. Leida kõik $(\mathbb{Z}, +)$ alamrühmad. Kas nende alamrühmade ühisosa võtmine vastab mingile teisele algebralisele tehtele?

8. Leida kolmeelemendilise hulga permutatsioonide rühma S_3 kõik alamrühmad.

9. Leida näide ringist R ühikelemendiga $1 \neq 0$ ja selle alamringist A ühikelemendiga $1' \neq 0$, kus $1 \neq 1'$.

10. Kas ring, mis ei ole korpus, võib sisaldada alamkorpust?

11. Tõestada, et lõplikumõõtmelise vektorruumi iga alamruum on lõplikumõõtmeline.

12. Tõestada, et vektorruumi üle lõpmatu korpuse ei saa üles kirjutada hulgateoreetilise ühendina lõplikust arvust pärisalamruumidest.

13*. Tõestada, et kui Abeli rühmal A on m-elemendiline alamrühm M ja n-elemendiline alamrühm N, siis tal on ka VÜK(m, n)-elemendiline alamrühm.