

Algebra II

6. praktikumi ülesanded.

Polünoomide juured.

1. Tõestada, et polünoomide ring $K[x, y]$ üle kommutatiivse korpuse K ei ole Eukleidese ring. (Vihje: ta ei ole juba peaideaaliring.)
2. Leida erinevate ruutjuurte arv polünoomist 1 polünoomide ringis $\mathbb{Z}_8[x]$.
3. Olgu R kommutatiivne ring. Millistel tingimustel kehtib järgmine väide: igal n . astme polünoomil üle R on (kordsust arvestades) ülimalt n juurt?
4. Leida täpselt üheksa erineva juurega polünoom üle ringi \mathbb{Z}_{15} .
5. Leida maksimaalse võimaliku juurte arvuga polünoom üle \mathbb{Z}_{21} .
6. Leida selline täisarvuliste kordajatega polünoom, millel on juured igas ringis \mathbb{Z}_n , $n \in \mathbb{N}$, aga ei ole ühtegi juurt ringis \mathbb{Z} .
Algebraalne arv on kompleksarv, mis on mingi polünoomi $0 \neq p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ juureks. Algebraalne *täisarv* on selline algebraalne arv, mille korral $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ ja $p(x)$ pealiikme kordaja on 1.
7. Tõestada, et algebraalse täisarvu ja tavalise täisarvu summa on algebraalne täisarv.
8. Tõestada, et kui ratsionaalarv on algebraalne täisarv, siis ta on päriselt täisarv.
- 9*. Tõestada, et algebraaliste täisarvude summa ja korrutis on samuti algebraalised täisarvud.