

Algebra I 1. praktikumi vastused ja näpunäited:
 ühe kahekohalise tehtega algebraised struktuurid

- 1.
- | | | |
|---|--|---|
| a) On algebr. tehe: \mathbb{Z}, \mathbb{R}
ei ole tehe: $\mathbb{Z}^+, \mathbb{Q}^+$ | c) On algebr. tehe: $\mathbb{Q}, \{1\}$
ei ole tehe: algarvud, $\{0\}$ | e) On algebr. tehe: \mathbb{Q}, \mathbb{R}
ei ole tehe: $\mathbb{R}^-, \{2\}$ |
| b) On algebr. tehe: \mathbb{N}, \mathbb{R}
ei ole tehe: ei leidu | d) On algebr. tehe: $\mathbb{N},$
$\{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 10\}$
ei ole tehe: $\{2, 3\},$
$\{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 8\}$ | f) On algebr. tehe:
mööndustega $\{1\}$
ei ole tehe: \mathbb{R}, \mathbb{Q} |

2. $(N, *)$ on
- kommutatiivne idempotentne poolrühm;
 - kommutatiivne poolrühm;
 - rühmoid;
 - kommutatiivne idempotentne poolrühm;
 - idempotentne poolrühm;
 - $*$ ei ole tehe.

3. m -elemendilisel hulgal saab defineerida $m^{(m^2)}$ binaarset tehet, millest $m^{\binom{m(m+1)}{2}}$ on kommutatiivsed, $m^{((m-1)^2)}$ omavad ühikelementi ja $m^{(m^2-m)}$ on idempotentsed.

4. Otsitavate struktuuride Cayley tabelid võib $n + 1$ -elemendilise hulga jaoks ($n \geq 2$) võtta niisugused:

*	1	a_1	a_2	...	a_n
1	1	a_1	a_2	...	a_n
a_1	a_1	1	1	...	1
a_2	a_2	1	1	...	1
...
a_n	a_n	1	1	...	1

5. $(\mathbb{R}^+, *)$ on
- Abeli rühm;
 - kommutatiivne idempotentne monoid;
 - rühmoid;
 - kommutatiivne poolrühm;
 - rühmoid;
 - rühmoid.

6. $\mathcal{P}(X), *$ on

- a) kommutatiivne idempotentne monoid;
- b) rühmoid;
- c) kommutatiivne rühmoid.

7. (\mathbb{Z}_n, \oplus) on Abeli rühm, (\mathbb{Z}_n, \otimes) on kommutatiivne monoid. (\mathbb{Z}_4, \otimes) Cayley tabel:

\otimes	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

8. Vihje: olgu s lõpliku poolrühma suvaline element. Siis leiduvad (miks?) positiivsed täisarvud m ja n nii, et $m > n$ ja $s^m = s^n$. Vaadeldge elementi $s^{n(m-n)}$.

9. Kolmeelemendilise hulga kõigi teisenduste monoidis on 10 idempotenti.

10. Vihje: vaadelda võrdust $(ab)^2 = 1$.

11.

- a) Kompositsioon ei ole siin tehe;
- b) on mittekmutatiivne rühm;
- c) on monoid, aga mitte rühm;
- d) on Abeli rühm.

12.

- a) On Abeli rühm;
- b) on Abeli rühm;
- c) on Abeli rühm;
- d) on mittekmutatiivne rühm;
- e) on monoid, aga mitte rühm;
- f) 1) ei ole tehe;
- f) 2) on mittekmutatiivne rühm;
- g) on mittekmutatiivne rühm.

13.

- a) on kommutatiivne poolrühm, aga mitte rühm;
- b) ei ole tehe;
- c) on Abeli rühm;
- d) on rühmoid, aga mitte rühm;
- e) ei ole tehe;
- f) on mittekmutatiivne rühm, kui $|X| \geq 3$, ja Abeli rühm, kui $|X| \leq 2$;
- g) on mittekmutatiivne rühm;
- h) on mittekmutatiivne rühm;
- i) on mittekmutatiivne rühm.