

Algebra I 2. praktikumi vastused ja näpunäited:  
kahe kahekohalise tehtega algebralised struktuurid

1. Kommutat. ringid: a), b) ja d). Ei ole ring: c). Ühikuga ringid: d), a) (kui  $n = 1$ ).
2. Pööratavad elemendid:  $\mathbb{Z}_4$ -s 1 ja 3;  $\mathbb{Z}_5$ -s 1, 2, 3, 4. Nullitegurid:  $\mathbb{Z}_4$ -s 2,  $\mathbb{Z}_5$ -s ei ole.

$\oplus_4$	0	1	2	3	$\otimes_4$	0	1	2	3	$\oplus_5$	0	1	2	3	4	$\otimes_5$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	2	3	0	1	0	1	2	3	1	0	1	2	3	4	1	0	1	2	3	4
2	2	3	0	1	2	0	2	0	2	2	2	3	4	0	1	2	0	2	4	1	3
3	3	0	1	2	3	0	3	2	1	3	3	4	0	1	2	3	0	3	1	4	2
										4	4	0	1	2	3	4	0	4	3	2	1

3. Ühikelement leidub parajasti siis, kui maatriks  $H$  on pööratav.
6. a) ei ole ring (nullelement puudub);  
 b) ühikuga kommutatiivne ring, mille pööratavad elemendid on  $\pm 1$  ja  $\pm\sqrt{2}$ ;  
 c) ühikelemendita kommutatiivne ring;  
 d) ühikuga kommutatiivne ring, mille pööratavad elemendid on  $\pm 1$  ja  $\pm i$ ;  
 e) ühikelemendita kommutatiivne ring;  
 f) ei ole ring (liitmine ei ole tehe);  
 g) kommutatiivne korpus.
7. Kõigi nende ringide pööratavad elemendid on neisse kuuluvad funktsioonid (pidevad, paaris, diferentseeruvad või tõkestatud), mis ei ole üheski punktis võrdsed nulliga. Kõikides neis ringides leidub nullitegureid.
8. a) kommutatiivne korpus;  
 b) nulliteguriteta ühikelemendita kommutatiivne ring;  
 c) ühikuga kommutatiivne ring, mille pööratavad elemendid on kujul  $\begin{pmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{pmatrix}$  ja nullitegurid on kujul  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  või  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ ;  
 d) ühikuga kommutatiivne ring, mille pööratavad elemendid on sellesse hulka kuuluvad regulaarsed maatriksid ja nullitegurid on sinna kuuluvad singulaarsed maatriksid;  
 e) ühikuga kommutatiivne ring, mille pööratavad elemendid on kujul  $\begin{pmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{pmatrix}$  või  $\begin{pmatrix} 0 & \pm 1 \\ \pm 1 & 0 \end{pmatrix}$  ja nullitegurid on kujul  $\begin{pmatrix} \pm a & \pm a \\ \pm a & a \end{pmatrix}$ ;  
 f) nulliteguriteta ühikuta kommutatiivne ring;

g) ühikuga kommutatiivne ring, mille pööratavad elemendid on kujul  $\begin{pmatrix} \pm 1 & b & c \\ 0 & \pm 1 & b \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{pmatrix}$

ja nullitegurid on kujul  $\begin{pmatrix} 0 & b & c \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , kus vähemalt üks arvudest  $b$  ja  $c$  ei ole null;

h) kommutatiivne korpus.

10. Pööratavad elemendid:  $\mathbb{Z}_7$ -s 1,2,3,4,5,6;  $\mathbb{Z}_9$ -s 1,2,4,5,7,8;  $\mathbb{Z}_{12}$ -s 1,5,7,11.

12. Väide kehtib ka tingimuse  $x^3 = x$  korral.

13. Ühikelement on hulk  $X$ .