

Algebra I 7. praktikumi vastused ja näpunäited:
lineaarvõrrandisüsteemid

1. Sobivad komplektid on (x_1, x_2) , (x_1, x_3) ja (x_1, x_4) .
2. Üldlahend on $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (c_1 - c_2 + c_3, 2c_1, 2c_2, 2c_3)$, $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$.
3. Üldlahend on
 - a) $x = \frac{14-5i}{13}$, $y = \frac{-4-6i}{13}$;
 - b) $x_1 = 3, x_2 = -2, x_3 = 2$;
 - c) $x_1 = 1, x_2 = i, x_3 = -i$.
4. Üldlahend on
 - a) lahendid puuduvad;
 - b) $x = \frac{13}{3}, y = -\frac{13}{3}, z = -\frac{10}{3}$;
 - c) $\begin{cases} (x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, \frac{1}{a+2}, \frac{1}{a+2}, \frac{1}{a+2}), \text{ kui } a \neq -2 \text{ ja } a \neq 1 \\ (x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 1, 1, 1), \text{ kui } a = -2 \\ (x_1, x_2, x_3, x_4) = (1 - c_1 - c_2 - c_3, c_1, c_2, c_3), c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R} \text{ ja} \\ \text{erilahend } (x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 0, 0, 0) \text{ kui } a = 1 \end{cases}$
 - d) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (3c_1 - c_2 + \frac{1}{2}, 2c_1, -220c_2, 16c_2)$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$, erilahend on $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$;
 - e) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (5c + \frac{1}{6}, -7c + \frac{1}{6}, 5c + \frac{1}{6}, 6c)$, $c \in \mathbb{R}$, erilahend on $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, 0)$;
 - f) $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 0, -1, 2)$;
 - g) lahendid puuduvad.
5. a) Lahendite fundamentaalsüsteem on näiteks $e_1 = (1, -1, 1, 1)$ ja $e_2 = (-7, 5, 0, 1)$.
Üldlahend on $c_1 e_1 + c_2 e_2$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.
6. Üldlahend on
 - a) $(x, y, z) = (\bar{2} + \bar{3}c, \bar{3} + c, c)$, $x \in \mathbb{Z}_5$ üle \mathbb{Z}_5 ja $(x, y, z) = (\bar{3}, \bar{4}, \bar{0})$ üle \mathbb{Z}_7 ;
 - b) $(x, y, z) = (\bar{2}, \bar{3}, \bar{2})$ üle \mathbb{Z}_5 ja $(x, y, z) = (\bar{5}, \bar{6}, \bar{5})$ üle \mathbb{Z}_7 ;
 - c) lahendid puuduvad üle \mathbb{Z}_5 ja $(x, y, z) = (\bar{2}, \bar{6}, \bar{5})$ üle \mathbb{Z}_7 .
7. Üldlahend on:
 - a) $\begin{cases} (x_1, x_2, x_3) = (\frac{1}{a+2}, \frac{1}{a+2}, \frac{1}{a+2}), \text{ kui } a \neq -2 \text{ ja } a \neq 1 \\ \text{puudub, kui } a = -2 \\ (x_1, x_2, x_3) = (1 - c_1 - c_2, c_1, c_2), c_1, c_2 \in \mathbb{R}, \text{ kui } a = 1 \end{cases}$
 - b) $\begin{cases} (x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, \frac{2}{a}, 3, 1 - \frac{2}{a}), \text{ kui } a \neq 0 \text{ ja } a \neq 1 \\ \text{puudub, kui } a = 0 \\ (x_1, x_2, x_3, x_4) = (-4 - c, 2, 3, c), c \in \mathbb{R}, \text{ kui } a = 1 \end{cases}$
 - c) $\begin{cases} (x_1, x_2, x_3) = (4a^3 + 7a^2 + 2, -4a^2 + 2a - 1, a^3 - 2a^2 - a - 1), \\ \text{kui } a \neq 0 \text{ ja } a \neq 3 \\ (x_1, x_2, x_3) = (-c_1 - c_2, c_1, c_2), c_1, c_2 \in \mathbb{R}, \text{ kui } a = 0 \\ (x_1, x_2, x_3) = (c - 30, c - 42, c), c \in \mathbb{R}, \text{ kui } a = 3 \end{cases}$

$$d) \begin{cases} (x_1, x_2, x_3, x_4) = (2 - 3c, 2c, -1, 0), c \in \mathbb{R}, \text{ kui } a \neq 8 \\ (x_1, x_2, x_3, x_4) = (2 - 3c_1 - c_2, 2c_1, -1, c_2), c_1, c_2 \in \mathbb{R}, \text{ kui } a = 8 \end{cases}$$

8. Lahend on $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{4}, \bar{11}, \bar{15}, \bar{1})$.

10. See polünoom on $4x^3 - x^2 - 17x - 11$.

11. Koordinaadid on $(\frac{8}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{7}{3})$.

12. Lineaarvõrrandisüsteem ei lahendu korpuses \mathbb{Z}_2 , teistes jäägiklassikorpustes on lahendiks $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{1} - \bar{2}^{-1}, \bar{2}^{-1}, 0, 0)$.