

Arvuteooria 12. praktikumi ülesanded:
Lõplikud korpused II.

1. Leida kõik 3. astme ühejuured korpuses \mathbb{Z}_{19} . Kas nende hulgas on primitiivseid ühejuuri? Kui jah, siis leida üks neist.
2. Kui palju on korpuses \mathbb{Z}_{19} elemente, mis omavad a) 3. astme, b) 5. astme, c) 6. astme juurt? Millised need elemendid on?
3. Leida kõik 4. astme ühejuured korpuses $\mathbb{F}_9 = \mathbb{Z}_3[x]/\langle x^2 - 2 \rangle$. Kas nende hulgas on primitiivseid ühejuuri? Kui jah, siis leida üks neist.
4. Kui palju on korpuses $\mathbb{F}_9 = \mathbb{Z}_3[x]/\langle x^2 - 2 \rangle$ elemente, mis omavad 4. astme juurt? Millised need elemendid on?
5. Leida, millistes lõplikes ülimalt 27-elemendilistes korpustes on elemendil -1 olemas ruutjuur.
6. Tõestada, et kui lõpliku korpuse iga element omab ruutjuurt, siis selle korpuse karakteristika on 2.
7. Tõestada, et kui \mathbb{F}_q on paaritu karakteristikaga lõplik korpus, siis element $a \in \mathbb{F}_q^*$ omab ruutjuurt korpuses \mathbb{F}_q siis ja ainult siis, kui $a^{(q-1)/2} = 1$.
8. Tõestada, et lõpliku korpuse \mathbb{F}_{p^n} igal elemendil on selles korpuses täpselt üks p -nda astme juur.
- 9*. Olgu \mathbb{F}_q paaritu karakteristikaga lõplik korpus. Millal on elemendil -1 olemas nii ruutjuur, kuupjuur kui ka neljanda astme juur korpuses \mathbb{F}_q ?