

Arvuteooria 14. praktikumi ülesanded:
Ruutjäägid II.

1. Leida Jacobi sümboli $\left(\frac{10868}{4419}\right)$ väärtus.
2. Leida Gaussi ruutvastavusseaduse abil kõik algarvud p , mille järgi 7 on ruutjääk.
3. Teha kindlaks, kas järgmine ruutkongruents on lahenduv:
a) $x^2 \equiv 119 \pmod{271}$, b) $3x^2 + 6x + 5 \equiv 0 \pmod{89}$.
4. Milliste paaritute naturaalarvude n korral on Jacobi sümboli $\left(\frac{-2}{n}\right)$ väärtus 1?
5. Olgu a täisarv ja $n > 1$ naturaalarv, kusjuures $n \equiv 1 \pmod{4}$. Tõestada, et kui $\left(\frac{a}{n}\right) = -1$, siis kongruents $x^2 + a \equiv 0 \pmod{n}$ ei ole lahenduv. Kas kehtib ka vastupidine väide?
6. Tõestada, et arvu $a^2 + 1$ paaritu arvulised jagajad on kujul $4k + 1$.
7. Olgu $p = 2^k + 1$ algarv. Tõestada, et iga mitteruutjääk mooduli p järgi on algjuur mooduli p järgi.
8. Milliste algarvude p korral on võimalik leida sellised täisarvud x ja y , et $(x, p) = 1$, $(y, p) = 1$ ja kehtib kongruents $x^2 + y^2 \equiv 0 \pmod{p}$?
- 9*. Olgu $p \geq 7$ algarv. Tõestada, et leidub vähemalt üks selline naturaalarv $n \in \{1, 2, \dots, 9\}$, et

$$\left(\frac{n}{p}\right) = \left(\frac{n+1}{p}\right) = 1.$$