

Arvuteooria 16. praktikumi ülesanded:
Kordamine.

1. Tõestada, et kui 5-kohaline arv jagub 41-ga, siis ka kõik arvud, mis on temast saadavad numbrite tsüklilisel ümberpaigutamisel, jaguvad 41-ga.

2. Olgu $p \geq 5$ algarv. Tõestada, et $p^2 + 2$ on kordarv.

3. Leida kuuekohalise arvu $1a80b2$ numbrid a ja b teades, et see arv jagub 264-ga. Kas selliseid arve võib olla mitu tükki?

4. Leida ringi $R := \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_5$ kõik pööratavad elemendid ja kõik nullitegurid koos vastavate nulli tegurdustega (st. nulliteguri $a \in R$ jaoks leida $b \in R$ nii, et $ab = 0$).

5. Millega on võrdne summa

$$S = \varphi(1) + \varphi(2) + \varphi(4) + \varphi(5) + \varphi(20) + \varphi(25) + \varphi(50) + \varphi(100)?$$

6. Leida kolm järjestikust naturaalarvu, millest igaüks jagub mingi erineva algarvu kuubiga.

7. Lahendada mõistatus $\ddot{U}KS \times \ddot{U}KS = **\ddot{U}KS$. (Iga sümbol tähistab ühte numbrit ja arvu esimene number ei ole 0.)

8. Teha kindlaks, kas mooduli n järgi leidub algjuuri ning kui leidub, siis leida nende arv ning üks algjuur, kui

$$\text{a) } n = 18, \quad \text{b) } n = 43, \quad \text{c) } n = 77, \quad \text{d) } n = 125.$$

9. Konstrueerida üks 2. järku taandumatu polünoom $p \in \mathbb{Z}_5[x]$ ja leida 25-elementilise korpuse $\mathbb{F}_{25} = \mathbb{Z}_5[x]/\langle p \rangle$ mingi primitiivne element a ning selle elemendi astmete esitused polünoomide kujul (nagu tabelis loengukonspekti leheküljel 37).

10. Kui palju on korpuses \mathbb{Z}_{29} elemente, mis omavad a) 3. astme, b) 4. astme, c) 7. astme juurt? Millised need elemendid on?

11. Leida kõik algarvud $p > 7$, mille järgi -5 on ruutjäak.

12. Leida $|a - b|_p$, s.t. p -aadiline kaugus a ja b vahel, kui

$$\text{a) } a = 3, b = \frac{1}{243}, p = 3; \quad \text{b) } a = \frac{1}{50}, b = 1875, p = 5.$$