

Arvuteooria 1. praktikumi ülesanded:

Jaguvus

1. Tõestada, et mistahes täisarvude a, b, c ($c \neq 0$) korral kehtib $a \mid b$ parajasti siis, kui $ac \mid bc$.
2. Tõestada, et iga naturaalarvu n korral $3 \mid 2^n + (-1)^{n+1}$.
3. Tõestada, et kahe paaritu arvu ruutude summa ei saa olla täisruut.
4. Leida kõik täisarvud $a \neq 3$, mille korral $a - 3 \mid a^3 - 3$.
5. Naturaalarvu a jagamisel 12-ga saadi kümnendmurd, mille koma järel olev osa on 75. Milline jääk tekib arvu a jagamisel 12-ga?
6. Piki ringjoont kirjutatakse järjestikku arvud 1-st 210-ni. Alustades 1-st, tõmmatakse maha iga kaheksas arv (s.o. 1, 9, 17, 25, ...). Ringjoont pidi liigutakse senikaua, kuni arv 1 saab teist korda maha tõmmatud. Mitu arvu jääb maha tõmbamata?
7. Kui suur on korrapärase n -nurga sisenurk? Milliste naturaalarvude n korral on võimalik tasand täielikult (lõikumiste ja tühikuteta) katta korrapärase n -nurkadega?
8. Tõestada, et kui täisarv on samaaegselt ruut ja kuup (nagu näiteks $64 = 8^2 = 4^3$), siis on ta kas kujul $7k$ või $7k + 1$, $k \in \mathbb{Z}$.
- 9*. Tõestada, et kui $7 \mid a^2 + b^2$, kus a ja b on täisarvud, siis $7 \mid a$ ja $7 \mid b$.