

Arvuteooria 4. praktikumi ülesanded:
Kongruentsi mõiste ja lihtsamad omadused.

1. Tõestada, et kongruentsi mõlemal poolel on mooduliga sama suurim ühistegur, s.t. kui $a \equiv b \pmod{n}$, siis $(a, n) = (b, n)$.

2. Tõestada, et kui a on paaritu arv, siis $a^2 \equiv 1 \pmod{8}$.

3. Tõestada, et kui $m, b \in \mathbb{N}$ ja $m \mid b$, siis

$$(m + 1)^b \equiv 1 \pmod{m^2}.$$

4. Tõestada, et kui täisarv a on korruga nii täisruut kui täiskuup, siis $a \equiv 0, 1, 9, 28 \pmod{36}$.

5. Leida jääk, mis tekib arvu $(2012^{32} + 2014^{16})^8$ jagamisel arvuga 23.

6. *Palindroom* on arv, mis ei muutu numbrite järjekorra muutmisel vastupidiseks (nt. 525 ja 735537 on palindroomid). Tõestada, et iga palindroom, millel on paarisarv numbreid, jagub 11-ga.

7. Teha ilma jagamistehteid kasutamata kindlaks, kas arv 9099989899 jagub arvudega 7, 11 ja 13.

8. Raamatukogule osteti 72 eksemplari ühte raamatut. Natuke kulunud arvelt on näha, et kokku maksti nende eest $x78$ eurot ja $9y$ senti, kus x ja y on mingid numbrid. Kui palju maksis üks raamat?

9*. Leida kõik positiivsed täisarvud n , mille korral $3 \mid n2^n - 1$.