

Arvuteooria 12. praktikumi ülesanded:

Lõplikud korpused II.

1. Leida kõik 8. astme ühejuured korpuses \mathbb{Z}_{29} . Kas nende hulgas on primitiivseid ühejuuri? Kui jah, siis leida üks neist.
2. Kui palju on korpuses \mathbb{Z}_{29} elemente, mis omavad a) 7. astme, b) 8. astme, c) 9. astme juurt? Millised need elemendid on?
3. Leida kõik 3. astme ühejuured korpuses $\mathbb{F}_{25} = \mathbb{Z}_5[x]/\langle x^2 + 2 \rangle$. Kas nende hulgas on primitiivseid ühejuuri? Kui jah, siis leida üks neist.
4. Kui palju on korpuses $\mathbb{F}_{25} = \mathbb{Z}_5[x]/\langle x^2 + 2 \rangle$ elemente, mis omavad kuupjuurt? Millised need elemendid on?
5. Leida, millistes ülimalt 32-elemendilistes korpustes on elemendil -1 olemas ruutjuur.
6. Tõestada, et kui lõpliku korpuse iga element omab 256. astme juurt, siis selle korpuse karakteristika on 2.
7. Olgu \mathbb{F}_q lõplik korpus ning olgu n selline naturaalarv, et $n > 1$ ja $n \mid q - 1$. Leida korpuse \mathbb{F}_q primitiivsete n . astme ühejuurte arv.
8. Olgu \mathbb{F}_q lõplik korpus, $m, n \geq 2$, $(m, n) = 1$ ning olgu α primitiivne m . astme ühejuur ja β primitiivne n . astme ühejuur. Tõestada, et $\alpha\beta$ on primitiivne mn . astme ühejuur.
- 9*. Tõestada, et kui \mathbb{F}_q on lõplik korpus, siis element $a \in \mathbb{F}_q^*$ omab n . astme juurt korpuses \mathbb{F}_q siis ja ainult siis, kui $a^{\frac{(q-1)}{(n, q-1)}} = 1$.