

Arvuteooria 16. praktikumi ülesanded:

Kordamine.

1. Tõestada, et kui 6-kohaline arv jagub 37-ga, siis ka kõik arvud, mis on temast saadavad numbrite tsüklilisel ümberpaigutamisel (nt. $268065 \mapsto 680652, \dots, 526806$), jaguvad 37-ga.
2. Leida kõik sellised naturaalarvud n , mille korral n , $n + 6$, $n + 8$, $n + 12$ ja $n + 14$ on algarvud.
3. Leida viiekohalise arvu $248xy$ numbrid x ja y teades, et see arv jagub 99-ga. Kas selliseid arve võib olla mitu tükki?
4. Leida ringi $R := \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_9$ kõik pööratavad elemendid ja nullitegurid.
5. Kui palju on selliseid naturaalarve, mis ei ole suuremad kui 2015 ja mille suurim ühistegur arvuga 2015 ei ole suurem kui 15?
6. Kümme väikest ahvi avastavad banaanikasvatajate laos, kus on üksteist võrdse suurusega banaanikuhja ja kaheteistkümne kühja jäänused, milles on vaid 6 banaani. Ahvid otsustavad banaanid omavahel võrdselt ära jagada, aga peale jaotamist jääb ikkagi 6 banaani üle. Vahepeal on aga üks pärdik laos olnud salakavalasse lõksu jäänud. Kuna teistel ei õnnestu teda vabastada, siis otsustatakse ta banaanijagamisest välja jätta ja seekord jagub igale ahvile täpselt ühepalju banaane. Milline on vähim võimalik banaanide arv laos?
7. Lahendada kongruents

$$x^3 + 2x^2 + 9 \equiv 0 \pmod{135}.$$

8. Teha kindlaks, kas mooduli n järgi leidub algjuuri ning kui leidub, siis leida nende arv ja üks algjuur, kui
 - a) $n = 52$,
 - b) $n = 54$,
 - c) $n = 55$,
 - d) $n = 59$.
9. Leida 8-elemendilise korpuse $\mathbb{F}_8 = \mathbb{Z}_2[x]/\langle x^3 + x^2 + 1 \rangle$ mingi primitiivne element a ning selle elemendi astmete esitused polünoomide kujul (nagu tabelis loengukonspekti leheküljel 37).
10. Kui palju on korpuses \mathbb{Z}_{41} elemente, mis omavad a) 3. astme, b) 4. astme, c) 5. astme juurt? Millised need elemendid on?
11. Leida Jacobi sümboli $\left(\frac{5688}{8119}\right)$ väärtus.
12. Leida $|a - b|_p$, s.t. p -aadiline kaugus a ja b vahel, kui
 - a) $a = 2\frac{1}{2}, b = \frac{18}{81}, p = 3$;
 - b) $a = \frac{300}{1001}, b = -\frac{4}{819}, p = 7$.