

Arvuteooria 2. praktikumi ülesanded:

Suurim ühistegur ja vähim ühiskordne. Eukleidese algoritm.
Võrrand $ax + by = c$.

1. Tõestada, et mistahes täisarvude a, b korral $(2a + 3b, 5a + 7b) = (a, b)$.
2. Leida Eukleidese algoritmi abil arvude 855 ja 1330 suurim ühistegur. Leida nende arvude vähim ühiskordne.
3. Leida sellised täisarvud x ja y , et $(60, 135) = 60x + 135y$.
4. Tõestada, et mistahes $a, b, c \in \mathbb{Z}$ korral, kui $(a, b) = 1$ ja $c \mid a + b$, siis $(a, c) = (b, c) = 1$.
5. Mitmel eri viisil on võimalik maksta 6,66 eurot kahesendiste ja kahekümnesendiste müntidega?
6. Bussifirma katsetas uut liini Tallinnast Tartusse piletihinnaga 9 eurot täispilet ja 5 eurot üliõpilane. Piletitulu oli 223 eurot. Mitu üliõpilast oli selles busses, kui on teada, et neid oli rohkem, kui täishinnaga reisijaid?
7. Olgu $a, b \in \mathbb{N}$ ja $(a, b) = 1$. Tõestada, et diofantilisel võrrandil $ax - by = c$ on lõpmata palju naturaalarvulisi lahendeid.
8. Olgu a, b, c positiivsed täisarvud ja $(a, b) = 1$. Tõestada, et diofantilisel võrrandil $ax + by = c$ ei ole ühtegi positiivset lahendit, kui $a + b > c$.
- 9*. Tõestada, et iga naturaalarvu $n > 17$ saab esitada kolme naturaalarvu summana, mis on paarikaupa ühistegurita ja suuremad kui 1. Näidata, et arvu 17 sellisel kujul esitada ei saa.
- 10**. Olgu $a, b, c, a', b', c' \in \mathbb{Z}$, $a \neq a'$. Leida piisavad ja tarvilikud tingimused selleks, et diofantilistel võrranditel

$$x + ay + bz = c \quad \text{ja} \quad x + a'y + b'z = c'$$

oleks vähemalt üks ühine lahend.