

Arvuteooria 3. praktikumi ülesanded:

Algarvud

1. Leida kõik algarvud vahemikus $[300, 360]$. Kas selles vahemikus on algarvukaksikuid?
- 2*. Tõestada, et leidub lõpmata palju algarve, millel on kuju $5k - 1$, kus $k \in \mathbb{N}$.
- 2b. Tõestada, et leidub lõpmata palju algarve, millel on kuju $6k - 1$, kus $k \in \mathbb{N}$.
3. Olgu n selline naturaalarv, et kõigi algarvude $p \leq \sqrt[3]{n}$ korral $p \nmid n$. Tõestada, et n on kas algarv või kahe algarvu korrutis.
4. Tõestada, et seitsme järjestikuse kolmest suurema naturaalarvu hulgas on ülimalt 3 algarvu.
5. Näidata, et arvude $2p + 1$, kus p on algarv, hulgas on ainult üks täiskuup (s.t. arv, mis on täisarvu kuup).
- 6b. Olgu $n > 4$ kordarv. Tõestada, et $n \mid (n - 1)!$.
7. Olgu $p, q > 3$ algarvud. Tõestada, et $24 \mid p^2 - q^2$.
8. Tõestada, et iga naturaalarvu $n > 11$ saab esitada kahe kordarvu summaks.
- 9*. Tõestada, et jadas $1, 31, 331, 3331, 33331, \dots$ on lõpmata palju kordarve.
- 10**. Tõestada, et järgnevad ruutvõrrandid ei oma ainult algarvudest koosnevaid lahendeid:

$$x^2 + y^2 = z^2, \quad x^2 + y^2 + z^2 = u^2, \quad x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = v^2.$$