Kevad 2014

# Märkusi arvuteooria 3. praktikumi kohta:

A. Märgin jälle ära, et ikkagi esines sõnasõnaliselt sarnaseid kirjalikke lahenduskäike. Eelmisel korral ma juba kirjutasin, et ei kavatse seda tegevust muul viisil piirata, kui väites, et see langetab teie võimet iseseisvalt eksamit sooritada. Tärnülesannete osas ma nii leebe ei ole ja sisuliselt identsete lahenduste korral (st. isegi siis, kui laused on ümber sõnastatud, aga nende sisu ja järjekord on täpselt samad) lähevad punktid jagamisele.

B. Selle praktikumi ülesannete kohta esitati palju nõrgalt argumenteeritud lahenduskäike ja seetõttu oli null punkti väärilisi lahendusi päris mitmeid. Ütlen siinkohal kahte asja: eksamil SAAB selliste lahenduste eest punkte, võib-olla isegi enamiku vastava ülesande punktidest, aga mitte kõiki punkte. Me püüame siin muuseas (eriti esimestes praktikumides) õppida oma arvuteoreetilisi mõttekäike rangelt esitama. St. kui te midagi väidate, siis peate te alati mõtlema sellele, kas te oskate seda ka tõestada, ja kas teie tõestus on pikem, kui näiteks üks triviaalne võrratus (á la $\sqrt[3]{n} \leq \sqrt{n}$, kui $n \in \mathbb{N}$). Kui on pikem, tuleb see tõestus kirja panna või viidata vastavale loengukonspekti tulemusele.

C. Kui ma olen teie ülesande arvestanud null punkti vääriliseks, siis see ei pruugi olla minu viimane sõna. Te saate alati hiljem tulla ja minu käest järgi küsida, miks te ikkagi oma lahenduse eest punkti ei saanud. Kui te suudate ära põhjendada, et teie lahenduskäigu puudused ei ole olulised ja/või te tegelikult siiski oskate seda kõike tõestada, mille puudumist ma teile ette heidan, siis võite te oma punkti lõpuks ikkagi kirja saada. Perioodiliselt tasub ka tulemuste tabelist oma punktid üle kontrollida.

D. Meil on praegu praktikumis teatud mahajäämus. Selle likvideerimiseks ma järgmises praktikumis enam ei lase tahvli juures mõelda, ja kui teie lahendus on vigane ja te ei suuda seda koheselt korrigeerida, siis tuleb teil kõigi oma lahendatuks märgitud ülesannete lahendused kirjalikult esitada. Ma üldiselt lasen ka edaspidi oma lahenduskäiku parandada, sest vigaste lahenduste analüüs on täiesti vajalik ja hariv tegevus, aga praegu on seda veidi liiga palju saanud.

F. Ülesannete kaupa esines järgnevaid tüüpvigu:

1. Ülesande vastus ei ole sama, mis ülesande lahendus (kuigi kunagine kuulus (ja mitte ainult) arvuteoreetik Srinivasa Ramanujan sellega ilmselt ei nõustu). Ja sellist ülesannet tasub kontrollida mõne algarvude tabeli abil, nt. http://primes.utm.edu/lists/small/1000.txt.

2. b) Siin esines palju tõestuseta väiteid. Võtame vastuväitelise eeldusena, et $P = \{p_1, \ldots, p_n\}$ on kõigi nende algarvude hulk, mis avalduvad kujul $6k - 1$ ja tähistame $a := 6p_1 \ldots p_n - 1$. Miks $p_i \nmid a$? Miks $a \notin P$? Miks siis, kui kaks arvu on kujul $6k+1$, on ka nende korrutis samal kujul? Miks $a$ algteguriteks lahutuses $a = q_1 \ldots q_m$ esinevatest arvudest üks peab olema kujul $6k - 1$? Miks sellest tekib vastuolu ja millega?

4. Kui arv jagub näiteks 3-ga, siis ei ole ta automaatselt kordarv (3 on algarv ja jagub iseendaga). Seega tuleb kordarvuks olemise näitamisel veenduda, et tegurdamisel tekivad vähemalt kaks ühest suuremat tegurit. Antud ülesandes oli selles kohas oluline eeldus, et kõik vaadeldavad arvud on kolmest suuremad.

5. Kui jõuti võrduseni $2p = (k - 1)(k^2 + 1 + 1)$, siis millegipärast järeldati sealt kohe, et $k = 3$. Tegelikult on põhimõtteliselt võimalik ka, et $k - 1 = 1$ või $k - 1 = p$ ja need juhud tuleb kuidagi välistada.

6. b) Siin tekkis kaks olukorda: $n = ab$ ja kas $a = b$ või $a \neq b$. Mõlemat juhtu tuli analüüsida ja kui asendada arv $a$ algarvuga $p$, siis oli vaja natuke lisatööd teha, mitte lihtsalt võtta $n = p^2$.

7. Massiliselt jäeti põhjendamata, miks järjestikustest paarisarvudest üks jagub neljaga ja kolmest järjestikusest arvust üks jagub kolmega. See on lihtne jäägiga jagamise teoreemi rakendus, aga lihtsalt midagi väites võivad juhtuda kaks asja: väide kehtib, aga ma ei loe seda sajaprotsendiliseks lahenduseks; väide ei kehti ja ülesanne jääb lahendamata. Ka viimast on mõnikord ette tulnud, kuigi väide võib intuitiivselt õige tunduda. Eelnev ei ole oluline puudujääk, küll oli aga seda järgmise fakti tõestamata jätmine: $3 \mid a \wedge 8 \mid a \Rightarrow 24 \mid a$. Viimast saab tõestada Eukleidese lemma abil.

10**. Kõik lahendajad lugesid ülesannet kui "Tõestada, et järgnevad ruutvõrrandid [ei oma ainult] [algarvudest koosnevaid lahendeid]", st. leiduvad ka kordarve sisaldavad lahendid. Kahe punkti vääriline ülesande jaoks tulnuks ülesande tekstist aru saada nii: "Tõestada, et järgnevad ruutvõrrandid ei oma [ainult algarvudest] koosnevaid lahendeid", st. IGAS lahendis on vähemalt üks kordarv. Püüan edaspidi mitmetimõistetavaid sõnastusi vältida, aga soovitan alati, kui *-ülesanne tundub kuidagi lihtne, selle mõte minult üle küsida.