

## Arvuteooria 4. praktikumi ülesanded:

## Kongruentsi mõiste ja lihtsamad omadused.

1. Tõestada, et kui  $a \equiv b \pmod{n_1}$  ja  $a \equiv c \pmod{n_2}$ , siis  $b \equiv c \pmod{n}$ , kus  $n = (n_1, n_2)$ .
2. Tõestada, et kui  $p > 3$  on algarv, siis  $p^2 \equiv 1 \pmod{12}$ .
3. Tõestada, et kui täisarv  $a$  on korruga nii täisruut kui täiskuup, siis  $a \equiv 0, 1, 9, 28 \pmod{36}$ .
4. Leida kõik naturaalarvud  $a, b, c$ , mille korral  $a \equiv b \pmod{c}$ ,  $b \equiv c \pmod{a}$  ja  $c \equiv a \pmod{b}$ .
5. Leida jääk, mis tekib arvu  $(2013^{16} + 2015^{32})^9$  jagamisel arvuga 17.
6. Teha ilma jagamistehteid kasutamata kindlaks, kas arv 9199097908 jagub arvudega 7, 11 ja 13.
7. Olgu arv 2014 kirjutatud kõrvuti 2016 korda (s.t. vaatleme arvu  $\underbrace{20142014 \dots 2014}_{2016}$ ). Tõestada, et saadud naturaalarv jagub 42-ga.
8. Raamatukogule osteti 495 eksemplari ühte raamatut. Natuke kulunud arvelt on näha, et kokku maksti nende eest  $xy23$  eurot ja 45 senti, kus  $x$  ja  $y$  on mingid numbrid. Kui palju maksis üks raamat?
- 9\*. Olgu  $p > 5$  algarv. Tõestada, et  $p \mid ((p-2)! - 1)$ , kuid  $(p-2)! - 1$  ei ole arvu  $p$  aste.