Arvuteooria 7. praktikumi ülesanded: Hiina jäägiteoreem.

1. Lahendada lineaarkongruents $3542x + 2542 \equiv 106 \pmod{1995}$.

2. Veenus ja Merkuur kui siseplaneedid on Maalt vaadatuna mõnevõrra Kuu moodi ja ka neil on faasid "uuest" "täieni". Veenusel on selle tsükli pikkuseks 584 päeva ja Merkuuril vaid 116 päeva. Oletame, et ühel hetkel on korraga näha kasvav poolveenus ja kasvav poolmerkuur. Kui kaua tuleb selle pildi kordumist oodata?

3. Lahendada lineaarkongruentside süsteem

$$\begin{cases} 5x \equiv 4 & \pmod{3} \\ 4x \equiv 3 & \pmod{7} \\ 3x \equiv 2 & \pmod{10}. \end{cases}$$

4. Tõestada, et järgmine kongruentside süsteem ei ole lahenduv:

$$\begin{cases} x \equiv 2 & \pmod{4} \\ x \equiv 3 & \pmod{5} \\ x \equiv 5 & \pmod{6}. \end{cases}$$

5. Vanahiina kindralid kasutasid langenute loendamiseks Hiina jäägiteoreemi järgmisel viisil: peale lahingut lasti ellujäänud sõduritel erineva pikkusega ridadesse üles rivistuda. Iga kord jäeti meelde rivist välja jäänute arv ja arvutati siis nende tulemuste põhjal allesolijate koguarv. Üks kindral läks lahingusse täpselt 1200 sõduriga ja lahingujärgsel rivistusel selgusid järgmised asjaolud: viie- ja seitsmekaupa rivistudes jäi üle 4 sõdurit, kuuekaupa rivistudes jäi üle 3 sõdurit ja üheteistkümnekaupa rivistudes ei jäänud kedagi üle. Kui palju selle kindrali sõdureid langes lahingus?

6. Lahendada kongruentside süsteem

$$\begin{cases} 2x \equiv 2 & \pmod{3} \\ 3x \equiv 4 & \pmod{4} \\ 5x \equiv 8 & \pmod{6} \\ 7x \equiv 16 & \pmod{9}. \end{cases}$$

7. Leida kolm järjestikust naturaalalarvu, millest esimene jagub mingi algarvuga, teine algarvu ruuduga ja kolmas algarvu kuubiga.

8. Tõestada, et iga $n \in \mathbb{N}$ korral leiduvad n järjestikust naturaalarvu, millest igaüks jagub mingi ühest suurema täiskuubiga.

9. Koostada tekstülesanne, mille lahendamiseks saab kasutada Hiina jäägiteoreemi. (Ülesande tekst ja selle lahendus tuleb esitada kirjalikult. Põhimõtteliselt vale lahendusega ülesanne annab 0 punkti. Kõige originaalsema ülesande ja kõige raskema ülesande koostajad saavad kumbki 3-5 punkti sõltuvalt ülesande tasemest. Kloonitud ülesannete esitajad saavad 0 punkti.)

10*. Tõestada, et iga $n \in \mathbb{N}$ korral leiduvad n järjestikust naturaalarvu, millest ükski ei ole algarvu aste.