Kevad 2014

Märkusi arvuteooria 8. praktikumi kohta:

A. Esinesid mõned läbivad probleemid:

1. Kongruentsi lahendamisel algarvu astme järgi ei olnud alati selge, kuidas leiti $f(x_0)$ ja $f'(x_0)$. Lihtsalt tekkisid need arvud lahendusse ja kõik. Hiljemalt eksamitöös tuleb sellised arvud kas otse või Horneri skeemiga või mõnel kolmandal viisil ära leida.

2. Mõnikord lihtsustati algset polünoomi mingi konkreetse mooduli järgi liiga palju. Näiteks $x^3+x+57 = x^2+x+2 \pmod 5$, aga $x^3+x+57 = x^2+x+7 \pmod{25}$. Seetõttu tulid sisse valed $f(x_0)$ väärtused jms. arvutusvead.

Lisaks eelnevale esines ülesannete kaupa järgmisi tüüpvigu:

1. Lihtsaim viis kõigi jäägiklasside läbiproovimiseks on Horneri skeem, kus arvutatakse sobiva mooduli järgi. Otse $f(x)$ väljarvutamine ei pruugi nii lihtne olla, kui just arvutit käepärast ei ole. Lisaks teisendasid mõned lahendajad algse polünoomi "normaalkujule", st. unitaarseks polünoomiks kujul $f(x) = x^m + a_1x^{m-1} + \ldots + a_m$. See tegevus ei anna niisuguste ülesannete juures mingit võitu.

2. Tegurdamine algarvu järgi on läbiviidav Horneri skeemi nn. "järkjärgult" kasutades, st iga juure korral asendada algsed polünoomi kordajad sellele juurele vastavas reas olevate nullile eelnevate arvudega. Ja mõnikord unustati peale juurte leidmist polünoom õige arvuga läbi korrutada, st.

$$7x^4+5x^3+23x^2+15x+6 = 5(x-1)(x+2)(x-2) \neq (x-1)(x+2)(x-2).$$

3. Pool sellest ülesandest oli juba tehtud 2. ülesandes (vist üksainus lahendaja pani seda tähele).

7. Lihtsam lahendusviis, mille ma praktikumis pikalt ja põhjalikult kirja panin, on umbes niisugune: me peame lahendama kongruentsi $x(x-1) \equiv 0$ moodulite 2^3 ja 5^3 järgi. Mistahes algarvu p ja naturaalarvu k korral, kui $p^k \mid x(x-1)$, siis kas $p^k \mid x$ või $p^k \mid (x-1)$, vastasel korral $p \mid x-1-x = -1$, mis ei ole võimalik. Seega $x \equiv 0$ või $x \equiv 1$ mooduli p^k järgi. Edasi tekib neli kongruentside süsteemi ja need saab lahendada Hiina jäägiteoreemi abil, mida enam-vähem kõik lahendajad oskasid teha.

8. Ülesandes oli veel üks viga, nimelt pidi ka p olema kahest suurem. Juhul $p = 2$ on vaid kaks lahendit. Aga tüüpiline (2. raskusastme!) viga oli see, et jäeti põhjendamata, miks $p \mid x(x-1)(x+1)$ korral alati kas $p \mid x$, $p \mid x+1$ või $p \mid x-1$. Selleks sobib kas järeldus 1.10, või fakt, et jäägiklassikorpuses ei ole nullitegureid.

9. Lahendajaid oli vaid üks, mistõttu muutus see ülesanne kahetärniülesandeks.