

Arvuteooria eksam

Kevad 2013

1. (10 p) Olgu n suvaline naturaalarv. Tõestada, et $42 \mid n^7 - n$.

2. (10 p) Lahendada kuupkongruents

$$x^3 + x^2 + 3 \equiv 0 \pmod{45}.$$

3. (15 p) Defineerida p -aadiline norm $|\cdot|_p$ korpusel \mathbb{Q} . Leida $|a - b|_p$, s.t. p -aadiline kaugus a ja b vahel, kui

$$\text{a) } a = 54, b = \frac{1}{9}, p = 3; \quad \text{b) } a = 0, b = 250, p = 5.$$

4. (15 p) Defineerida algjuure mõiste. Olgu $p > 2$ algarv ning a ja b algjuured mooduli p järgi. Tõestada, et arv ab ei ole algjuur mooduli p järgi.

5. (20 p) Sõnastada ja tõestada Gaussi teoreem Euleri φ -funktsiooni kohta.

6. (30 p) Olgu $p > 2$ algarv. Sõnastada ning tõestada piisav ja tarvilik tingimus selleks, et arv 2 oleks ruutjääk mooduli p järgi.