

## Arvuteooria 11. praktikumi ülesanded:

## Algjuured II.

1. Leida kõik algjuured mooduli 43 järgi.
2. Teha kindlaks, kas mooduli  $n$  järgi leidub algjuuri ning kui leidub, siis leida nende arv ja üks algjuur, kui a)  $n = 48$ , b)  $n = 49$ , c)  $n = 50$ .
3. Teha kindlaks, kas mooduli  $n$  järgi leidub algjuuri ning kui leidub, siis leida nende arv ja üks algjuur, kui a)  $n = 79$ , b)  $n = 80$ , c)  $n = 81$ .
4. Lahendada kongruentsid  $x^{15} \equiv 8 \pmod{13}$  ja  $x^{16} \equiv 8 \pmod{13}$ , kasutades selleks mingit algjuurt mooduli 13 järgi.
5. Lahendada kongruents  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 \equiv 0 \pmod{41}$ .
6. Olgu  $p > 2$  algarv ja  $a$  algjuur mooduli  $p^2$  järgi. Tõestada, et kongruentsi  $x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p^2}$  lahendid on parajasti jäägiklassid  $\overline{a^p}, \overline{a^{2p}}, \dots, \overline{a^{(p-1)p}}$ .
7. Olgu  $p > 3$  algarv. Tõestada, et mooduli  $p$  järgi leidub iga algjuure  $a$  jaoks teine algjuur  $b$  nii, et  $ab \equiv 1 \pmod{p}$ .
8. Olgu  $p$  algarv kujul  $4k + 3$ ,  $k \in \mathbb{N}$  ja olgu  $a$  algjuur mooduli  $p$  järgi. Tõestada, et  $-a$  ei ole algjuur mooduli  $p$  järgi.
- 9\*. Tõestada, et iga algarvu  $p$  korral on jadas  $1 + p, 1 + 2p, 1 + 3p, \dots$  lõpmata palju algarve.
- 10\*\*. Tõestada, et iga naturaalarvu  $n$  korral on jadas  $1 + n, 1 + 2n, 1 + 3n, \dots$  lõpmata palju algarve.

