

Arvuteooria 1. praktikumi ülesanded:

Jaguvus

1. Tõestada, et kui $a - c \mid ab + cd$, $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, siis ka $a - c \mid ad + bc$.
2. Tõestada, et iga täisarvu ruut on kas kujul $3k$ või $3k + 1$, $k \in \mathbb{Z}$.
3. Tõestada, et kahe järjestikuse arvu kuupide vahe ei jagu kunagi arvuga 2.
4. Leida kõik täisarvud n , mille korral $n^2 - 11n + 33$ on täisruut.
5. Tõestada, et iga naturaalarvu n korral $169 \mid 3^{3n+3} - 26n - 27$.
6. Tõestada, et mistahes täisarvu a korral on summa $\frac{a}{3} + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{6}$ samuti täisarv.
7. Tõestada, et kui kuuekohaline arv jagub arvuga 91, siis ka kõik arvud, mis on temast saadavad numbrite tsüklilisel ümberpaigutamisel (nt. $578032 \mapsto 780325, \dots, 257803$), jaguvad arvuga 91.
8. Piki ringjoont kirjutatakse järjestikku arvud 101-st 450-ni. Alustades 101-st, tõmmatakse maha iga viies arv (s.t. 101, 106, 111, 116, ...). Ringjoont pidi liigutakse senikaua, kuni arv 101 saab teist korda maha tõmmatud. Seejärel korratakse protsessi iga seitsmenda arvu jaoks (s.t. tõmmatakse maha arvud 101, 108, 115, ...). Mitu arvu jääb maha tõmbamata?
- 9*. Olgu $n \in \mathbb{N}$ ja x_1, x_2, \dots, x_n naturaalarvud. Tõestada, et leiduvad sellised indeksid i ja j , et summa $x_i + x_{i+1} + x_{i+2} + \dots + x_j$ jagub arvuga n .

