

Arvuteooria 2. praktikumi ülesanded:

Suurim ühistegur ja vähim ühiskordne. Eukleidese algoritm.

$$\text{Võrrand } ax + by = c.$$

1. Leida Eukleidese algoritmi abil arvude 440 ja 462 suurim ühistegur. Leida nende arvude vähim ühiskordne.
2. Tõestada, et mistahes täisarvude a, b, c korral, kui $(a, b) = 1$, siis alati $(ac, b) = (c, b)$.
3. Tõestada, et iga naturaalarvu $n > 6$ saab esitada kahe naturaalarvu summana nii, et need arvud on ühistegurita ja suuremad kui 1.
4. Leida, millised on $(a, a+2)$ võimalikud väärtused, kui a on suvaline täisarv.
5. Mitmel eri viisil on võimalik maksta 666 rubla kahe rubla ja viie rubla müntidega?
6. Õpetaja pani kontrolltööd parandades tähele, et hinneteks tulid vaid kolmed ja viied. Huvi pärast liitis ta kõik hinded kokku ja sai tulemuseks 109. Mitu õpilast kirjutas kontrolltööd, kui on teada, et kolmelisi oli rohkem kui viielisi ja klassis oli kokku 30 õpilast?
7. Tõestada, et iga naturaalarvupaari m, n jaoks leidub võrrand $ax + by = c$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$, nii et $x = m, y = n$ on selle võrrandi ainus naturaalarvuline lahend.
8. Olgu a, b, c, d, e täisarvud ning kehtigu $e \mid ab, e \mid cd$ ja $e \mid ac + bd$. Tõestada, et $e \mid ac$ ja $e \mid bd$.
- 9*. Tõestada, et mitte ühegi naturaalarvude paari m ja $n > 2$ korral ei saa kehtida seos $2^n - 1 \mid 2^m + 1$.
- 10**. Olgu $a, b, c, a', b', c' \in \mathbb{Z}$, $a \neq a'$. Leida piisavad ja tarvilikud tingimused selleks, et diofantilistel võrranditel

$$x + ay + bz = c \quad \text{ja} \quad x + a'y + b'z = c'$$

oleks vähemalt üks ühine lahend.

Ajapäevik: 2. nädal

Aeg	Tegevus	Kommentaarid