

## Arvuteooria 3. praktikumi ülesanded:

## Algarvud.

1. Leida kõik algarvud vahemikus  $[255, 320]$ . Kas selles vahemikus on algarvukaksikuid?
2. Tõestada, et leidub lõpmata palju algarve, millel on kuju  $8k + 1$ , kus  $k \in \mathbb{N}$ . Lahendamisel võib ilma tõestuseta kasutada fakti, et algarvu  $p$  korral  $p \mid x^4 + 1$  parajasti siis, kui  $p$  on kujul  $8k + 1$ ,  $k \in \mathbb{N}$ .
3. Olgu  $n$  selline kordarv, mille kõik algtegurid on suuremad kui  $\sqrt[4]{n}$ . Mitu erinevat algtegitrit võib arvul  $n$  olla? Tuua iga juhu kohta näide.
4. Tõestada, et iga naturaalarvu  $n$  korral leidub  $n$  järjestikust arvu, mille hulgas on täpselt üks algarv.
5. Olgu  $p, q > 3$  algarvud. Tõestada, et  $48 \mid p^4 - q^4$ .
6. Näidata, et arvude  $3p + 1$ , kus  $p$  on algarv, hulgas on ainult üks täisruut.
7. Leida niisugune naturaalarv  $n$ , mille korral  $\frac{n}{2}$  on täisruut,  $\frac{n}{3}$  täiskuup ja  $\frac{n}{5}$  on mingi naturaalarvu viies aste. Milline on  $n$  vähim võimalik väärtus?
8. Leida kõik algarvukaksikud  $(p, q)$ , mille korral  $pq - 2$  on samuti algarv.
- 9\*. Tõestada ilma ruutjääkide teooriat või Dirichlet' teoreemi kasutamata, et leidub lõpmata palju algarve, millel on kuju  $5k + 1$ , kus  $k \in \mathbb{N}$ .
- 10\*\*. Tõestada, et järgnevatel ruutvõrranditel ei ole selliseid lahendeid, mis koosnevad ainult algarvudest:

$$x^2 + y^2 = z^2, \quad x^2 + y^2 + z^2 = u^2, \quad x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = v^2.$$

