Kevad 2015

Arvuteooria 4. praktikumi ülesanded:

Kongruentsi mõiste ja lihtsamad omadused.

1. Tõestada, et kui $a \equiv b \pmod{n_1}$ ja $a \equiv b \pmod{n_2}$, siis $a \equiv b \pmod{n}$, kus $n = [n_1, n_2]$ (n on n_1 ja n_2 vähim ühiskordne).

2. Tõestada, et ühtegi naturaalarvu kujul $4k + 3$ ei ole võimalik esitada kahe täisarvu ruutude summana.

3. Olgu p algarv ning a ja b sellised täisarvud, et $a^2 \equiv b^2 \pmod{p}$. Tõestada, et $a \equiv \pm b \pmod{p}$.

4. Tõestada, et kui täisarv a on korraga täisruut ja mingi täisarvu neljas aste, siis $a \equiv 0, 1, 5, 16 \pmod{20}$.

5. Leida jääk, mis tekib arvu $(2014^{16} + 2016^{32})^9$ jagamisel arvuga 23.

6. Leida kõik kaheksateistkümnega jaguvad ainult paarisarvuliste numbritega kolmekohalised arvud.

7. Olgu A kuuekohaline arv, mis on moodustatud numbritest $1, 2, 3, 4, 5$ ja 6 (näiteks 315462). Tõestada, et A ei jagu arvuga 11.

8. Üliõpilasselts, millel on 72 liiget, tellis piraaditeemaliseks peoks iga liikme jaoks mitu pudelit rummi. Peojärgsel hommikul tuli välja, et arve oli olengu jooksul kõvasti kannatada saanud ja sealt oli võimalik välja lugeda vaid kogusumma €$x679.yz$. Pikapeale tuli tellijale meelde, et ühe pudeli hind oli olnud kümne sendi täpsusega. Mitu pudelit rummi telliti ja kui palju maksis üks pudel?

9*. Olgu p algarv ja a selline täisarv a, et $a^2 \equiv p - 2 \pmod{p}$. Tõestada, et vähemalt üks järgmistest võrranditest omab täisarvulist lahendit:

$$x^2 + 2y^2 = p \quad \text{ja} \quad x^2 + 2y^2 = 2p.$$

10**. Leida kaks suuruselt vähimat kordarvu n, mis rahuldavad järgmisi tingimusi: $2^n \equiv 2 \pmod{n}$ ja $3^n \equiv 3 \pmod{n}$.

Ajapäevik: 4. nädal

Aeg	Tegevus	Kommentaarid