Kevad 2015

Arvuteooria 5. praktikumi ülesanded:

Jäägiklassiringid.

1. Koostada ringi $\mathbb{Z}_{12}$ korrutustabel.

2. Leida kõik ringi $\mathbb{Z}_{30}$ pööratavad elemendid.

3. Leida elementide $\overline{5}$, $\overline{6}$, $\overline{7}$, $\overline{8}$ ja $\overline{9}$ vastandelemendid ja (kui need on olemas) pöördelemendid ringis $\mathbb{Z}_{135}$.

4. Leida ringide $\mathbb{Z}_{12}$ ja $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_3$ kõik pööratavad elemendid ja kõik nulliteguriid koos vastavate nulli tegurdustega (st. nulliteguri a jaoks tuleb leida b nii, et $ab = 0$). Kas ringid $\mathbb{Z}_{12}$ ja $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_3$ on isomorfsed? Miks?

5. Leida ringi $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ kõik pööratavad elemendid. Kas ringid $\mathbb{Z}_{12}$ ja $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ on isomorfsed? Miks?

6. Olgu $2 < p \in \mathbb{P}$. Tõestada, et jäägiklassid $\overline{1}$ ja $\overline{p^k - 1}$ on ainsad elemendid ringis $\mathbb{Z}_{p^k}$, mis on iseenda pöördelementideks (st. elemendid omadusega $(\overline{x})^{-1} = \overline{x}$).

7. Olgu n ja m naturaalarvud. Mitu erinevat jäägiklassi $\overline{y} \in \mathbb{Z}_n$ on sellised, et $\overline{y} \cdot \overline{m} = \overline{0}$?

8. Olgu $p > 2$ selline algarv, et $p \equiv 2 \pmod{3}$. Tõestada, et iga jäägiklass $\overline{a} \in \mathbb{Z}_p$ avaldub üheselt kujul $\overline{a} = \overline{b}^3$, $\overline{b} \in \mathbb{Z}_p$.

9**. Kui mitmel eri viisil on võimalik nulli teguriteks lahutada ringis $\mathbb{Z}_{3^n}$, $n \in \mathbb{N}$? Tegurdused $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{0} = \overline{b} \cdot \overline{a}$ loetakse erinevateks, kui $\overline{a} \neq \overline{b}$.

Ajapäevik: 5. nädal

Aeg	Tegevus	Kommentaarid