

Arvuteooria 6. praktikumi ülesanded:

Arvuteoreetilised funktsioonid.

1. Kui palju on selliseid naturaalarve, mis ei ole suuremad kui 2015 ja mille suurim ühistegur arvuga 2015 ei ole suurem kui 15?

2. Millega on võrdne summa

$$S = \varphi(2) + \varphi(3) + \varphi(4) + \varphi(5) + \varphi(6) + \varphi(10) + \varphi(12) + \varphi(15) + \varphi(20) + \varphi(30)?$$

3. Leida arvu 3^{2015} viimane kuuteistkümnendnumber.

4. Tõestada, et $a^{145} \equiv a \pmod{133}$ suvalise $a \in \mathbb{Z}$ korral.

5. Olgu $n \in \mathbb{N}$ selline, et $2^n - 1$ on algarv. Tõestada, et $2^{n-1}(2^n - 1)$ on *täiuslik arv* (s.t. selline arv n , mille korral $\sigma(n) = 2n$).

6. Tõestada, et iga paarisarvu $n > 1$ korral $\sum_{d|n} \mu(d)\varphi(d) = 0$.

7. Leida kõik naturaalarvud, millel on täpselt 10 naturaalarvulist jagajat.

8. Tõestada, et iga algarv $p > 10$ jagab lõpmata paljusid jada $1, 11, 111, \dots$ liikmeid.

9*. Leida kõik naturaalarvud n , mille korral $n = \varphi(n) + \mu(n) + \tau(n)$.

10**. Leida kõik naturaalarvud n , mis rahuldavad seost

$$n \mid 1^n + 2^n + \dots + n^n.$$

