Arvuteooria 7. praktikumi ülesanded:

Hiina jäägiteoreem.

1. Lahendada lineaarkongruents $5248x + 7221 \equiv 101 \pmod{2015}$.

2. Lahendada lineaarkongruentside süsteem

$$\begin{cases} 9x \equiv 7 & \pmod 4 \\ 4x \equiv 9 & \pmod 7 \\ 7x \equiv 4 & \pmod 9. \end{cases}$$

3. Tõestada, et järgmine kongruentside süsteem ei ole lahenduv:

$$\begin{cases} x \equiv 3 & \pmod 8 \\ x \equiv 7 & \pmod{18} \\ x \equiv 9 & \pmod{28}. \end{cases}$$

4. Vanahiina kindralid kasutasid langenute loendamiseks Hiina jäägiteoreemi järgmisel viisil: peale lahingut lasti ellujäänud sõduritel erineva pikkusega ridadesse üles rivistuda. Iga kord jäeti meelde rivist välja jäänute arv ja arvutati siis nende tulemuste põhjal allesolijate koguarv. Üks kindral läks lahingusse täpselt 1500 sõduriga ja lahingujärgsel rivistusel selgusid järgmised asjaolud: viiekaupa rivistudes jäi üle 3 sõdurit, kuuekaupa rivistudes 5 sõdurit, seitsmekaupa rivistudes 6 sõdurit ja üheteistkümnemehelistes rivides ei jäänud kedagi üle. Kui palju selle kindrali sõdureid langes lahingus?

5. Kui võtta korvist mune 2, 3, 4, 5 või 6 kaupa, siis iga kord jääb lõpuks järgi üks muna. Kui võtta mune 7 kaupa, siis ei jää ühtegi muna üle. Leida vähim võimalik munade arv korvis.

6. Leida kolm järjestikust naturaalalarvu, mis kõik jaguvad mingi algarvu ruuduga.

7. Tõestada, et iga naturaalarvu n korral leidub n järjestikust naturaalarvu, mis kõik jaguvad mingi ühest suurema naturaalarvu n. astmega.

8. Leida selline täisarv a, mis annab jagamisel arvuga 5 jäägi 3, mille ruut a^2 annab jagamisel arvuga 5^2 jäägi 4 ja mille kuup a^3 annab jagamisel arvuga 5^3 jäägi 42.

9. Koostada tekstülesanne, mille lahendamiseks saab kasutada Hiina jäägiteoreemi. (Ülesande tekst ja selle lahendus tuleb esitada kirjalikult. Põhimõtteliselt vale lahendusega ülesanne annab 0 punkti. Kõige originaalsema ülesande ja kõige raskema ülesande koostajad saavad kumbki 3-5 punkti sõltuvalt ülesande tasemest. Kloonitud ülesannete esitajad saavad 0 punkti.)

10.** Olgu a, b ja c kolm erinevat täisarvu. Tõestada, et leidub lõpmata palju selliseid naturaalarve n, mille korral

$$(a+n, b+n) = (b+n, c+n) = (a+n, c+n) = 1.$$

Ajapäevik: 7. nädal

Aeg	Tegevus	Kommentaarid