

Arvuteooria 8. praktikumi ülesanded:

Tundmatut sisaldavad kongruentsid.

1. Lahendada kongruents

$$5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 5 \equiv 0 \pmod{7}.$$

2. Tegurdada polünoom

$$f(x) = 4x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 4$$

mooduli 5 järgi, s.t. üle korpuse \mathbb{Z}_5 .

3. Milliste x täisarvuliste väärtuste korral on arvu $3x^4 + 6x^3 + 2x^2 + 4x + 5$ viimane kümnendnumber 0?

4. Lahendada kongruents

$$3x^4 + x^2 - 2 \equiv 0 \pmod{125}.$$

5. Lahendada kongruents

$$3x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x - 5 \equiv 0 \pmod{450}.$$

6. Lahendada mõistatus $YX \times YX = 2 * *1$. (Iga sümbol tähistab ühte numbrit.)

7. Olgu a juhuslik täisarv vahemikust $[1, 14]$ ja b samuti juhuslik täisarv vahemikust $[1, 15]$. Milline on tõenäosus, et kongruentsil $ax \equiv b \pmod{15}$ on vähemalt üks lahend? Täpselt üks lahend?

8. Tõestada, et kongruentsil $x^2 \equiv 1 \pmod{2^k}$ on üks lahend, kui $k = 1$, kaks lahendit, kui $k = 2$, ning neli lahendit, kui $k \geq 3$.

9*. Olgu p algarv ja $n > 1$ ruuduvaba naturaalarv (st. $n = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_s$, kus p_i on erinevad algarvud). Leida kongruentsi $x^p \equiv 1 \pmod{n}$ lahendite arv.

10**. Olgu $a \in \mathbb{Z}$, $n, k \in \mathbb{N}$ ning $(a, n) = 1$. Lahendada kongruents $ax \equiv 1 \pmod{n^k}$.

