Kevad 2015

Arvuteooria 9. praktikumi ülesanded:

Kordamine.

1. Tõestada, et iga paaritu $n > 3$ korral $64 \mid n^4 - 18n^2 + 17$.

2. Leida kõik naturaalarvukolmikud a, b, c, mille korral $(a, b, c) = 10$ ja $[a, b, c] = 100$.

3. Talumees ostis €20000 eest sada noorlooma: vasikaid á €600, tallesid á €250 ja põrsaid á €125. Kui palju ta igast liigist eraldi ostis?

4. Leida kõik algarvud p, mille korral $45p$ on täisruut.

5. Tõestada, et iga naturaalarv $n > 11$ on esitatav kahe kordarvu summana.

6. Tõestada, et kolme järjestikuse täisarvu korrutis jagub arvuga 504, kui keskmine neist järjestikustest arvudest on täiskuup.

7. Leida jääk, mis tekib arvu $(2014^{2016} + 2016^{2014})^{2015}$ jagamisel arvuga 29.

8. Leida ringide $\mathbb{Z}_{20}$ ja $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_5$ kõik pööratavad elemendid ja kõik nulliteguri koos vastavate nulli tegurdustega (st. nulliteguri a jaoks tuleb leida $b \neq \overline{0}$ nii, et $ab = \overline{0}$).

9. Kui palju on selliseid naturaalarve, mis ei ole suuremad kui 2016 ja mille suurim ühistegur arvuga 2016 ei ole suurem kui 16?

10. Lahendada kongruents $x^{325} \equiv x \pmod{247}$.

11. Surivoodil lamav Araabia šeik tahtis oma kaamelikarja pärandada järgmiselt: vanim poeg saab kolmandiku karjast, vanuselt teine neljandiku, kolmas kuuendiku, neljas üheksandiku ja kaksikutest noorimad pojad kumbki viieteistkümnendiku. Kui šeik oli oma viimase hingetõmbe teinud ja poegade vahel karja jagamiseks läks, tekkis probleem: kaameleid ei olnud võimalik jagada kolmeks, neljaks ega üldse kuidagi selliselt, et keegi oma pärandiosa ilma kaameleid tükeldamata kätte saaks. Sellest kitsaskohast aitas üle saada möödaratsutanud vana beduiin, kes laenas kõrbepoegadele oma kaamelit. Kui karjale uus kaamel juurde lisati, siis said kõik oma karjaosa täpselt kätte ja üks kaamel jäi ülegi. See tagastati koos rohkete tänusõnade ja asjakohase meeleheaga vanale beduiinile. Kui palju kaameleid oli šeigil?

12. Lahendada kongruents

$$5x^3 - 3x^2 + 7x + 3 \equiv 0 \pmod{108}.$$

Ajapäevik: 9. nädal

Aeg	Tegevus	Kommentaarid