Kevad 2016

Arvuteooria 14. praktikumi ülesanded:

Ruutjäägid II.

1. Leida Jacobi sümboli $\left(\frac{9779}{6667}\right)$ väärtus.

2. Leida Gaussi ruutvastavusseaduse abil kõik algarvud p, mille järgi 13 on mitteruutjääk.

3. Teha kindlaks, kas järgmine ruutkongruents on lahenduv:
a) $x^2 \equiv 162 \pmod{209}$, b) $2x^2 - 8x + 400 \equiv 0 \pmod{199}$.

4. Olgu a täisarv ja n naturaalarv, kusjuures $n \equiv 3 \pmod{8}$. Tõestada, et kui $\left(\frac{a}{n}\right) = -1$, siis kongruents $x^2 + 2(a - x) + 1 \equiv 0 \pmod{n}$ ei ole lahenduv. Kas kehtib ka vastupidine väide?

5. Tõestada, et arvu $n^2 + 1$ paarituarvulised jagajad on kujul $4k + 1$.

6. Tõestada, et arv 3 on algjuur kõigi Fermat' algarvude $p > 3$ jaoks (Fermat' algarv on algarv kujul $2^{2^k} + 1$).

7. Milliste algarvu astmete p^k, $p \in \mathbb{P}$, $k \in \mathbb{N}$ korral on võimalik leida sellised täisarvud x ja y, et $(x, p) = 1$, $(y, p) = 1$ ning $x^2 + y^2 \equiv 0 \pmod{p^k}$?

8. Tõestada, et leidub lõpmata palju algarve kujul $6k + 1$.

9*. Olgu $p > 2$ algarv, n naturaalarv ja $(p, n) = 1$. Leida $\sum_{i=1}^{p} \left(\frac{i^2+n}{p}\right)$.

10**. Olgu a täisarv ja $p > 2$ algarv. Leida kongruentsi

$$x^2 + y^2 + z^2 \equiv 2axyz \pmod{p}$$

lahendite (x, y, z) arv.

Ajapäevik: 14. nädal

Aeg	Tegevus	Kommentaarid