

## Arvuteooria 2. praktikumi ülesanded:

Suurim ühistegur ja vähim ühiskordne. Eukleidese algoritm.  
Võrrand  $ax + by = c$ .

1. Leida Eukleidese algoritmi abil arvude 2061 ja 3192 suurim ühistegur. Leida nende arvude vähim ühiskordne.
2. Olgu  $a$  ja  $b$  ühistegurita naturaalarvud. Leida  $(a + b, a - b)$ .
3. Tõestada, et murd  $\frac{18n+1}{6n+1}$  on kõigi  $n$  naturaalarvuliste väärtuste korral taandumatu.
4. Tõestada, et suvalise naturaalarvu  $n$  korral  $(n! + 1, (n + 1)! + 1) = 1$ .
5. Mitmel eri viisil on võimalik maksta £20.16 kahepenniste müntide ja inglise kroonidega (25 penni)?
6. Sajameheline piraadijõuk otsustas rummi muretsemiseks korjanduse teha. Enamik piraate andis selleks piastri (8 reaali), mõned naljamehed otsustasid aga oma vanadest Mehhiko müntidest lahti saada ja panustasid kolm kolme-reaalist. Rahapatta koguti lõpuks kokku 805 reaali, kusjuures laevapoisil olid näpud nii põhjas, et ta sai ainult 2-reaalise münti anda. Mitu meest maksis kolmereaalistega?
7. Olgu  $a$  ja  $b$  ühistegurita vastandmärgilised täisarvud. Tõestada, et suvalise täisarvu  $c$  korral on võrrandil  $ax + by = c$  lõpmata palju negatiivseid lahendeid, st. lahendipaare  $(x, y)$ , kus  $x < 0$  ja  $y < 0$ .
8. Olgu  $a, b$  ja  $n$  naturaalarvud. Tõestada, et kui  $a^n \mid b^n$ , siis ka  $a \mid b$ .
- 9\*. Olgu  $m$  naturaalarv ja  $n$  paaritu naturaalarv. Leida  $(2^m + 1, 2^n - 1)$ .
- 10\*\*. Tõestada, et mistahes 16 järjestikuse naturaalarvu hulgas on vähemalt üks selline, mis on kõigi ülejäänute korrutisega ühistegurita. Näidata, et see väide enam ei kehti 17 järjestikuse naturaalarvu jaoks.

