Kevad 2016

Arvuteooria 3. praktikumi ülesanded:

Algarvud.

1. Leida kõik algarvud vahemikus $[175, 250]$. Kas selles vahemikus on algarvukaksikuid?

2. Leida kõik algarvud kujul $n^5 - 1$, $n \in \mathbb{N}$.

3. Tõestada, et viie järjestikuse paaritu arvu seas on alati vähemalt üks kordarv.

4. Tõestada, et iga paaritu algarvu $p \neq 5$ korral on arvu $p^4 - 1$ viimane kümnendnumber 0.

5. Tõestada ilma Dirichlet' teoreemi kasutamata, et leidub lõpmata palju algarve, millel on kuju $5k - 1$, kus $k \in \mathbb{N}$. Lahendamisel võib ilma tõestuseta kasutada fakti, et suvalise $x \in \mathbb{N}$ korral on arvu $5x^2 - 1$ algtegurid $p > x$ kas kujul $5k + 1$ või $5k - 1$.

6. Olgu $n > 1$ naturaalarv. Tõestada, et $\sum\limits_{1 \leq k \leq n} k \mid \prod\limits_{1 \leq k \leq n} k$ parajasti siis, kui $n + 1$ on kordarv.

7. Leida vähim selline naturaalarv n, mille korral kõik arvud $n + p$, $p \in \mathbb{P}$, ei ole täisruudud.

8. Tähistagu p_n suuruselt n. algarvu, st. $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, p_4 = 7$ jne. Tõestada, et $p_n \leq 2^{2^n}$.

9*. Tõestada ilma ruutjääkide teooriat või Dirichlet' teoreemi kasutamata, et leidub lõpmata palju algarve, millel on kuju $5k + 1$, kus $k \in \mathbb{N}$.

10**. Tõestada, et mistahes naturaalarvude m ja n korral ei saa summa $\frac{1}{m} + \frac{1}{m+1} + \frac{1}{m+2} + \ldots + \frac{1}{m+n}$ väärtuseks olla täisarv.

Ajapäevik: 3. nädal

Aeg	Tegevus	Kommentaarid