Kevad 2016

Arvuteooria 4. praktikumi ülesanded:

Kongruentsi mõiste ja lihtsamad omadused.

1. Tõestada, et kui $ab \equiv cd \pmod{n}$, $a \equiv c \pmod{n}$ ja $(a, c) = 1$, siis $b \equiv d \pmod{n}$.

2. Leida sellised täisarvud a, b, c, d ja e, et mistahes täisarv x rahuldab vähemalt ühte järgnevatest kongruentsidest:

$$x \equiv a \,(\mathrm{mod}\ 2),\ x \equiv b \,(\mathrm{mod}\ 3),\ x \equiv c \,(\mathrm{mod}\ 4),\ x \equiv d \,(\mathrm{mod}\ 6),\ x \equiv e \,(\mathrm{mod}\ 12).$$

3. Tõestada, et algarvu $p > 2$ saab esitada ruutude summana $p = m^2 + n^2$ vaid siis, kui $p \equiv 1 \pmod{4}$.

4. Tõestada, et algarvu p korral kehtib kongruents $\binom{p-1}{k} \equiv (-1)^k \pmod{p}$.

5. Tõestada, et kui täisarv a on korraga täisruut ja täiskuup, siis $a \equiv 0, 1, 28, 36 \pmod{63}$.

6. Leida jääk, mis tekib arvu $(2015^{16} + 2017^{32})^7$ jagamisel arvuga 23.

7. Arvud 1900 kuni 2016 kirjutatakse järjest üles. Kas niiviisi saadav täisarv

$$1900190119021903\ldots20152016$$

jagub arvuga 11?

8. Piraadid 2. praktikumi 6. ülesandest ostsid uuesti rummi ja jõid selle samal päeval ära. Peale peatäie väljamagamist leidis kapten, et arve oli veidi kannatada saanud ja kokku oli makstud $x68y$ reaali. Kassiahastusest priid laevapoissi küsitledes selgus, et viimane oli ainult ühe piastri eest laimimahla võtnud, kõik teised jõid aga igaüks võrdse arvu pudeleid ära. Kapten oli kindel, et rummipudeli hind oli olnud reaalides ja mitte rohkem, kui üks piaster. Kui mitu pudelit iga piraat ära jõi ja palju üks rummipudel maksis?

9*. Leida kõik sellised nullist erinevate täisarvude kolmikud a, b, c, mille korral

$$a \equiv b \pmod{|c|}, \quad b \equiv c \pmod{|a|} \quad \text{ja} \quad c \equiv a \pmod{|b|}.$$

10**. Leida kaks suuruselt vähimat kordarvu n, mis rahuldavad järgmisi tingimusi: $2^n \equiv 2 \pmod{n}$ ja $3^n \equiv 3 \pmod{n}$.

Ajapäevik: 4. nädal

Aeg	Tegevus	Kommentaarid