Kevad 2016

Arvuteooria 5. praktikumi ülesanded:

Jäägiklassiringid.

1. Koostada ringi $\mathbb{Z}_{15}$ korrutustabel.

2. Leida kõik ringi $\mathbb{Z}_{28}$ pööratavad elemendid.

3. Leida elementide $\overline{7}$, $\overline{8}$, $\overline{9}$, $\overline{10}$ ja $\overline{11}$ vastandelemendid ning (kui need on olemas) pöördelemendid ringis $\mathbb{Z}_{176}$.

4. Leida ringide $\mathbb{Z}_{20}$ ja $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_4$ kõik pööratavad elemendid ja kõik nulliteguri koos vastavate nulli tegurdustega (st. nulliteguri a jaoks tuleb leida b nii, et $ab = 0$). Kas ringid $\mathbb{Z}_{20}$ ja $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_4$ on isomorfsed? Miks?

5. Leida ringi $\mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_2$ kõik pööratavad elemendid. Kas ringid $\mathbb{Z}_{20}$ ja $\mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_2$ on isomorfsed? Miks?

6. Olgu $n = p_1^{k_1} \ldots p_s^{k_s} > 1$ naturaalarv. Mitu erinevat jäägiklassi $\overline{m} \in \mathbb{Z}_n$ on sellised, et $\overline{m}^2 = \overline{0}$?

7. Jäägiklassiringi $\mathbb{Z}_n$ elementi $\overline{m}$ nimetatakse *nilpotentseks*, kui leidub arv $k \in \mathbb{N}$ nii, et $\overline{m}^k = \overline{0}$. Teha kindlaks, millised jäägiklassiringid sisaldavad nilpotentseid elemente.

8. Jäägiklassiringi $\mathbb{Z}_n$ elementi $\overline{m}$ nimetatakse *idempotendiks*, kui $\overline{m}^2 = \overline{m}$. Olgu p algarv ja $k \in \mathbb{N}$. Leida kõik jäägiklassiringi $\mathbb{Z}_{p^k}$ idempotendid.

9**. Kui mitmel eri viisil on võimalik nulli teguriteks lahutada ringis $\mathbb{Z}_{3^n}$, $n \in \mathbb{N}$? Tegurdused $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{0} = \overline{b} \cdot \overline{a}$ loetakse erinevateks, kui $\overline{a} \neq \overline{b}$.

Ajapäevik: 5. nädal

Aeg	Tegevus	Kommentaarid