

## Arvuteooria 6. praktikumi ülesanded:

## Arvuteoreetilised funktsioonid.

1. Millega on võrdne summa

$$S = \varphi(2) + \varphi(3) + \varphi(4) + \varphi(6) + \varphi(8) + \varphi(9) + \varphi(12) + \varphi(18) + \varphi(24) + \varphi(36)?$$

2. Kui palju on selliseid naturaalarve, mis ei ole suuremad kui 2016 ja mille suurim ühistegur arvuga 2016 on väiksem kui 16?

3. Leida kõik naturaalarvud  $n$ , mille korral  $\varphi(n) = 24$ .

4. Tõestada, et  $a^{61} \equiv a \pmod{1001}$  suvalise  $a \in \mathbb{Z}$  korral.

5. Leida

$$2016^{20} + 25^{576} \pmod{50400}.$$

6. Tõestada, et kui  $\mu(n) = 0$ , siis  $\frac{\varphi(n) \cdot \sigma(n) + 1}{n}$  ei ole täisarv. Mis juhtub, kui  $n$  on algarv?

7. Leida vähim naturaalarv  $n$ , mille korral võrrandil  $\sigma(x) = n$  on a) null, b) täpselt üks, c) täpselt kaks, d) täpselt kolm lahendit.

8. Tõestada, et iga naturaalarvu  $n$ , tema positiivsete jagajate  $d$  ja algtegurite  $p$  korral

$$\sum_{d|n} \mu(d) \cdot \varphi(d) = \prod_{p|n} (2 - p).$$

9\*. Leida kõik naturaalarvud  $n$ , mille korral  $n = \varphi(n) + \mu(n) + \tau(n)$ .

10\*\*. Leida kõik naturaalarvud  $n$ , mis rahuldavad seost

$$n \mid 1^n + 2^n + \dots + n^n.$$

