

## Arvuteooria 7. praktikumi ülesanded:

## Hiina jäägiteoreem.

1. Lahendada lineaarkongruents  $6878x + 3681 \equiv 1001 \pmod{2016}$ .

2. Lahendada lineaarkongruentside süsteem

$$\begin{cases} 9x \equiv 11 & \pmod{7} \\ 10x \equiv 13 & \pmod{9} \\ 7x \equiv 17 & \pmod{10}. \end{cases}$$

3. Tõestada, et järgmine kongruentside süsteem ei ole lahenduv:

$$\begin{cases} x \equiv 25 & \pmod{6} \\ x \equiv 15 & \pmod{16} \\ x \equiv 5 & \pmod{36}. \end{cases}$$

4. Piraadid 2. ja 4. praktikumist on kaaperdanud kuningliku postilaeva. Kirjade ja muu tühja-tähja kõrval said nad saagiks terve kirstutäie kuldmünte. Postilaeva meeskonna vastupanu tõttu läks haidele söödaks viis piraati. Laevakord näeb ette, et kapten saab viiekordse saagiosa ja pootsman kahekordse, kõik teised aga võrdselt. Laevapoisist siin juttu küll ei ole, aga kui viimane dubloone nägi, siis haaras ta ühe pihku ja ronis masti otsa ning teda ei õnnestunud sealt enam alla tuua. Kuna kulda jagus, otsustati, et las see münt olla siis laevapoiisi saagiosa. Ülejääki jagama hakates jäi aga 35 dublooni üle. Piraadid kulla jagamisel nalja ei mõista ja vaidluses, kuidas ülejäänud õiglaselt ära jagada, sai neli neist surma. Prooviti siis ülejäänute vahel saaki õiglaselt ära jagada, aga ikka jäi 20 münti üle. Jälle läksid käiku noad ja püstolid ning neli meest tuli üle parda heita. Aga ka nüüd aarde ellujäänute vahel ära jagamisel jäi 13 dublooni üle. Mitu meest peab veel haidele söötma enne, kui varandus õiglaselt ära jaotatud saab?

5. Kui võtta korvist mune 2, 4, 6, 8 või 10 kaupa, siis iga kord jääb lõpuks järgi üks muna. Kui võtta mune 13 kaupa, siis ei jää ühtegi muna üle. Leida vähim võimalik munade arv korvis.

6. Leida kõik arvud, mille kümnendesitus on  $\underline{20xyzw16}$  ja mis jaguvad arvuga 1001.

7. Tõestada, et iga naturaalarvu  $n$  korral leidub  $n$  järjestikust mitteruuduvaba paarisarvu, st. paarisarvu  $m$ , mille korral  $\mu(m) = 0$ .

8. Tõestada, et iga naturaalarvu  $n$  jaoks leiduvad täisarvud  $a$  ja  $b$  nii, et arv  $4a^2 + 9b^2 - 1$  jagub arvuga  $n$ .

9. Koostada tekstülesanne, mille lahendamiseks saab kasutada Hiina jäägiteoreemi. (Ülesande tekst ja selle lahendus tuleb esitada kirjalikult. Põhimõtteliselt vale lahendusga ülesanne annab 0 punkti. Kõige originaalsema ülesande ja kõige raskema ülesande koostajad saavad kumbki 3-5 punkti sõltuvalt ülesande tasemest. Kloonitud ülesannete esitajad saavad 0 punkti.)

10.\*\* Olgu  $a$ ,  $b$  ja  $c$  kolm erinevat täisarvu. Tõestada, et leidub lõpmata palju selliseid naturaalarve  $n$ , mille korral

$$(a + n, b + n) = (b + n, c + n) = (a + n, c + n) = 1.$$

