

Arvuteooria 1. praktikumi ülesanded:

Jaguvus

1. Tõestada, et mistahes numbrite a, b, c korral jagub arv $abcabc$ arvuga 13.
2. Tõestada, et iga naturaalarvu n korral $3 \mid 2n^3 + n$.
3. Leida kõik täisarvud n , mille korral arv $n^2 - 5n + 6$ jagub arvuga $n - 1$.
4. Tõestada, et kui $a \mid b_1b_2$, $a \mid c_1c_2$ ja $a \mid b_1c_1 + b_2c_2$, siis $a \mid b_1c_1$ ja $a \mid b_2c_2$.
5. Tõestada, et mistahes 2018 järjestikuse täisarvu summa ei jagu arvuga 2018.
6. Piki ringjoont kirjutatakse järjestikku arvud 1 kuni 777. Alustades arvust 1, tõmmatakse maha iga 14-s arv (s.t. 1, 15, 29, 43, ...). Ringjoont pidi liigutakse senikaua, kuni arv 1 saab teist korda maha tõmmatud. Seejärel korratakse protsessi iga 15-nda arvu jaoks (st tõmmatakse maha arvud 1, 16, 31, 46, ...). Mitu arvu jääb maha tõmbamata?
7. Olgu $n > 9$ täisarv ja k_n arv, mis saadakse arvust n viimase numbri ära kustutamisel. Leida kõik arvud n , mille korral $k_n \mid n$.
8. Tõestada, et ükski arv jadas 99, 999, 9999, 99999, ... ei ole täisruut.
- 9*. Leida vähim arv n , mille korral mistahes n järjestikuse kolmekohalise naturaalarvu seas on alati vähemalt üks selline, mis jagub oma ristsummaga.
- 10**. Tõestada, et naturaalarvude $m, n > 0$ korral on

$$\frac{m^2 + n^2}{1 + mn}$$

alati kas murdarv või täisruut.