

## Arvuteooria 2. praktikumi ülesanded:

Suurim ühistegur ja vähim ühiskordne. Eukleidese algoritm.  
Võrrand  $ax + by = c$ .

1. Leida täisarvud  $u$  ja  $v$  nii, et

$$(7830, -3366) = u \cdot 7830 + v \cdot (-3366).$$

2. Tõestada, et  $24 \mid n^2 - 1$ , kui  $(n, 6) = 1$ .

3. Olgu  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  ja  $ab = cd$ . Tõestada, et

$$(a, c) \cdot (a, d) = a \cdot (a, (b, (c, d))).$$

4. Tõestada, et iga naturaalarvu  $n$  korral on  $(n^3 + 3, n^2 + 2)$  kas 1 või 17.

5. Olgu  $n > m \geq 0$  täisarvud. Tõestada, et murd  $\frac{2^{2^n} + 1}{2^{2^m} + 1}$  on taandumatu.

6. Mitmel eri viisil on võimalik maksta 20 naela ja 18 penni (1 nael = 240 penni) kuldnate ( $\frac{1}{3}$  naela) ja krossidega (6 penni).

7. Röövelparun maksis oma meestele järgmiselt: pool kuldnat seersantidele ja kaks krossi kõigile teistele. Enne teele asumist kontrollis ta tengelpunga üle ning avastas, et seal on kolm naela krossides ja veerandkuldnates ning 666 penni. Ebaõnne vältimiseks andis parun kuus penni oma sohilastele ja läks siis raha laiali jagama. Mitu meest on tema teenistuses, kui rahakott sai täpselt tühjaks ja kokku on vähemalt sada meest?

8. Olgu  $a$  ja  $b$  samamärgilised täisarvud ning  $n \in \mathbb{N}$ . Tõestada, et leidub  $c \in \mathbb{Z}$  nii, et võrrandil  $ax + by = c$  on täpselt  $n$  erinevat positiivset lahendit, st. lahendipaari  $(x, y)$ , kus  $x > 0$  ja  $y > 0$ .

9\*. Leida funktsiooni  $f(x, y, z) = |ax + by + cz + d|$ ,  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ , minimaalne väärtus.

10\*\*. Tõestada, et mistahes 16 järjestikuse naturaalarvu hulgas on vähemalt üks selline, mis on kõigi ülejäänute korrutisega ühistegurita. Näidata, et see väide enam ei kehti 17 järjestikuse naturaalarvu jaoks.