Arvuteooria 7. praktikumi ülesanded: Lineaarkongruentsid. Hiina jäägiteoreem.

1. Lahendada lineaarkongruents $2019x + 8765 \equiv 2018 \pmod{2016}$.

2. Lahendada lineaarkongruentside süsteem

$$\begin{cases} 7x \equiv 2 & \pmod{5} \\ 5x \equiv 1 & \pmod{7} \\ 3x \equiv 9 & \pmod{27}. \end{cases}$$

3. Tõestada, et järgmine kongruentside süsteem ei ole lahenduv:

$$\begin{cases} 5x \equiv 4 & \pmod{6} \\ 4x \equiv 9 & \pmod{9} \\ 3x \equiv 26 & \pmod{16}. \end{cases}$$

4. Kui lasta sõpradel Lätist õlut tuua 4, 5, 6 või 8 kaupa, siis iga kord jääb puudu kaks pudelit. Kui seda teha 13-pakkidega, jaguvad need täpselt ära. Leida minimaalne tellitud pudelite arv.

5. Leida kõik arvud, mille kümnendesitus on $\overline{20xyzw18}$ ja mis jaguvad arvuga 666.

6. Tõestada, et iga naturaalarvu n korral leidub n järjestikust kordarvu, millest igaühel on vähemalt n erinevat algtegurit.

7. Tõestada, et iga naturaalarvu n jaoks leiduvad naturaalarvud a ja b nii, et arv $16a^3 + 18b^2 - 2$ jagub arvuga n.

8. Olgu $n > 2$ paaritu arv. Tõestada, et iga täisarv $1 \leq k \leq n$ on esitatav kas kujul $k = a + b$ või $k = a - b$, kus $1 \leq a, b < n$ ja $(a, n) = (b, n) = 1$.

9. Koostada tekstülesanne, mille lahendamiseks saab kasutada Hiina jäägiteoreemi.
(Ülesande tekst ja selle lahendus tuleb esitada kirjalikult. Põhimõtteliselt vale lahendusega ülesanne annab 0 punkti. Kõige originaalsema ülesande ja kõige raskema ülesande koostajad saavad kumbki 3-5 punkti sõltuvalt ülesande tasemest. Kloonitud ülesannete esitajad saavad 0 punkti.)

10*. Nimetame täisarvuliste koordinaatidega eukleidilise tasandi punkti (a, b), $a, b \in \mathbb{Z}$, *ristpunktiks*, kui $(a, b) = 1$. Tõestada, et leidub täisarvuliste otspunktidega ruut küljepikkusega 2018, mille ükski punkt ei ole ristpunkt.