

Arvuteooria 9. praktikumi ülesanded:

Kordamine.

1. Tõestada, et mistahes täisarvu z korral $504 \mid (z^3 - 1)z^3(z^3 + 1)$.
2. Leida suurim ühistegur $(a_0, a_1, \dots, a_{2018})$, kui $a_n = 2^{3n} + 3^{6n+2} + 5^{6n+2}$.
3. Röövelparun 2. ja 4. praktikumist otsustas oma meestele tõsise söömingu korraldada. Selleks lasi ta lähima linna turult kokku osta ja vardasse ajada kokku 300 lindu-looma: härgi (á 23 krossi), sigu (á 3 krossi) ja hanesid (á 5 penni). Kui turulkäiguks kulus kokku 18 naela, siis mitu isendit igast liigist pidi peo tõttu elu jätma?
4. Leida kõik algarvud p , mille korral $32p + 9$ on täisruut.
5. Tõestada, et ükski arvudest $371, 3711, 37111, 371111, \dots$ ei ole algarv.
6. Numbrid $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ kirjutatakse juhuslikus järjekorras üles. Leida tõenäosus, et niiviisi saadud arv jagub 11-ga.
7. Leida ringide \mathbb{Z}_{18} ja $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$ nullitegurid. Kas ringid \mathbb{Z}_{18} ja $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$ on isomorfsed? Miks?
8. Olgu $p > 2$ algarv ja $p \neq 5$. Tõestada, et p jagab vähemalt ühte arvudest $1, 11, 111, 1111, \dots$
9. Leida, mitme arvu $1 \leq n \leq 2018$ korral on $\sigma(n)$ paarisarv.
10. Olgu $n \in \mathbb{N}$. Leida avaldise $\prod_{d|n} d$ väärtus.
11. Tõestada, et leidub selline lõpmatu naturaalarvude jada $(n_i)_{i \in \mathbb{N}}$, et iga $k \in \mathbb{N}$ korral on jadas $(n_i + k)_{i \in \mathbb{N}}$ ainult lõplik arv algarve.
12. Lahendada kongruents

$$4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x + 2 \equiv 0 \pmod{378}.$$