

Arvuteooria 14. praktikumi ülesanded:

Ruutjäägid II.

1. Leida Jacobi sümboli väärtus: a) $\left(\frac{667}{941}\right)$, b) $\left(\frac{451}{691}\right)$, c) $\left(\frac{8439}{6661}\right)$.
2. Leida, milliste algarvuliste moodulite p järgi on arv 3 ruutjääk ja milliste järgi on arv 5 ruutjääk.
3. Olgu a täisarv ja n naturaalarv, kusjuures $n \equiv 3 \pmod{8}$. Tõestada, et kui $\left(\frac{a}{n}\right) = -1$, siis kongruents $x^2 + 4a(x + 2) + 4a^2 \equiv 0 \pmod{n}$ ei ole lahenduv. Kas kehtib ka vastupidine väide?
4. Leida võrrandi $6x^2 - 8xy + 10y^2 = 2018$ täisarvuliste lahendite arv.
5. Tõestada, et iga algarvu $p > 7$ korral leidub kaks järjestikust ruutjääki.
6. Tõestada ilma Dirichlet' teoreemi kasutamata, et leidub lõpmata palju algarve kujul $8k + 5$.
7. Olgu $p > 2$ algarv. Tõestada, et vähim positiivne mitteruutjääk mooduli p järgi ei saa olla kordarv. Leida selle fakti abil vähim algarv, mille jaoks 7 on vähim positiivne mitteruutjääk.
8. Tõestada, et iga algarv p on mingi algarvu q jaoks vähim positiivne mitteruutjääk.
- 9*. Leida, millised algarvud on avaldatavad kas kujul $m^2 - 3n^2$ või $3m^2 - n^2$.
- 10**. Olgu a täisarv ja $p > 2$ algarv. Leida kongruentsi

$$x^2 + y^2 + z^2 \equiv 2axyz \pmod{p}$$
 lahendite (x, y, z) arv.