Sügis 2018

Tüüpvigu kõrgema matemaatika 6. tunnikontrollis

Diferentsiaalvõrranditega on meil tõsiseid **raskusi**, mida näitab tunnikontrolli keskmine (neljandik maksimumist). **Parima** tulemuse saavutas alles nüüd meiega liitunud jätkukursuse kuulaja Mihhail Brodski.

Seega soovitan antud teema materjali hoolega **üle vaadata**, sest see on üks rakenduslikumaid valdkondi, mida KM1 kursuses käsitletakse.

Variant T8a, ülesanne 1. Väga vähesed oskasid diferentsiaalvõrrandit isegi ligikaudselt defineerida.

Tüüpvigu:

- kirjutati lihtsalt võrrand **ilma selgituseta**, mida see võrrand tähendab;
- **korrati** ühte ja sama **funktsiooni**, nt $f(x)y + f(x)y' = 0$, diferentsiaalvõrrandi üldkujus;
- "harilikus diferentsiaalvõrrandis" esinesid **korraga** $y'(x)$ **ja** dy või dx (või mõlemad); üldiselt saate te selliselt kas osatuletistega diferentsiaalvõrrandi või mõtet mitteomava avaldise;
- esitati diferentsiaalvõrrandi asemel **funktsionaalvõrrand** või lihtsalt funktsiooni avaldis, nt. "diferentsiaalvõrrand" $f(x) = x^2 - 5x + 7x^3$;
- toodi näiteid lineaarsetest harilikest diferentsiaalvõrranditest, ehkki ülesandes oli küsitud **mitte**lineaarset diferentsiaalvõrrandit.

Variant T8a, ülesanne 2. Ülesande näidislahendus: eraldame muutujad, jagades läbi suurusega $x \cdot y$:

$$\frac{dy}{y} = \frac{x-1}{x}\,dx.$$

Integreerime saadud võrduse mõlemat poolt:

$$\ln|y| = \int \frac{dy}{y} = \int \frac{x-1}{x}\,dx = x - \ln|x| + C.$$

Astendame alusel e:
$$|y| = \frac{e^x}{|x|} \cdot e^C.$$
Kuna absoluutväärtuste tõttu võivad saadud võrduse vasak ja parem pool märgi võrra erineda, samas konstant $e^C > 0$ iga C väärtuse korral, võime võtta $C' := \pm e^C$. Hetkel $C' \neq 0$, kuid on lihtne veenduda, et $y = 0 = \frac{e^x}{|x|} \cdot 0$ on samuti lahend, seega üldlahendi saab välja kirjutada kujul
$$y = C' \cdot \frac{e^x}{x}, \quad C' \in \mathbb{R}.$$

Tüüpvigu:

- ei osatud **peale** osalist või täielikku muutujate **eraldamist** midagi edasi teha;
- ei osatud **integreerida**, nt $\int \frac{dy}{y} = \frac{y^{-2}}{2}$,
- jäeti vastus kujule $\ln|y| = x - \ln|x| + C$, halvemal juhul ilma absoluutväärtuse märkideta;
- unustati ära **integreerimiskonstant**;
- jäeti kirja panemata integreerimiskonstandi C **muutumispiirkond**.

Variant T8b, ülesanne 1. Samad probleemid, mis variandis T8a, lisaks

- toodi näiteid eraldatud muutujatega harilikest diferentsiaalvõrranditest, ehkki ülesandes oli küsitud sellist diferentsiaalvõrrandit, mis seda **ei ole**;
- defineeriti **paralleelselt** lineaarne ja eraldatud muutujatega diferentsiaalvõrrand; parandaja peab siis valima, kumba õigeks lugeda?

Variant T8b, ülesanne 2. Näidislahendus (lühendatult):
$$y\,dy = \frac{3}{e^x}\,dx, \quad \frac{y^2}{2} = \int y\,dy = \int \frac{3}{e^x}\,dx = -\frac{3}{e^x} + C,$$
$$y^2 = -\frac{6}{e^x} + C, \quad C \in \mathbb{R}.$$
Seda vastust võib veel lihtsustada, aga põhimõtteliselt tuleb siis positiivset ja negatiivset ruutjuurt eraldi käsitleda.

Tüüpvigu (lisaks variandis T8a esinenuile):

- ei osatud muutujaid **eraldada**, näiteks hakati integreerima võrdust $y' = \frac{3}{e^x y}$;
- püüti kasutada **eralduvate** muutujate korral **lineaarse** diferentsiaalvõrrandi **lahendamismeetodit** (mis teinekord töötab küll), aga ebakorrektselt.