

Kombinatorika.

Praktikum 5: Puud I.

1. (\sim MN 5.1.7) Muinaseesti vanemal Manivallal oli 4 poega ja kõigi tema meesoost järeltulijate seas oli kümnel kolm poega, viieteistkümnel kaks poega ning ülejäänud surid lastetult. Kui mitu meesoost järeltulijat Manivallal kokku oli?
2. (\sim MN 5.1.1) Leida kõik mitteisomorfsed kuuetipulised puud.
3. (MN 5.2.2) Konstrueerida kaks mitteisomorfsed sama skooriga puud.
4. (MN 5.2.3) Juurega puud nimetatakse *kahendpuuks*, kui igal tipul, mis ei ole leht, on täpselt kaks alamtippu. Millised koodid vastavad kahendpuudele?
5. (MN 5.1.5) Tõestada, et iga puu, milles leidub tipp astmega k , omab vähemalt k lehte.
6. (MN 5.2.1) Leida asümmeetrilise puu vähim tippude arv.
7. (MN 5.1.8) Tõestada, et naturaalarvude jada (d_1, d_2, \dots, d_n) on mingi puu skoor parajasti siis, kui $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$.
8. (MN 5.2.7) Olgu $P = (T, S)$ puu ja $t \in T$. Tähistame

$$\tau(t) = \max(|V(T_1)|, \dots, |V(T_k)|),$$

kus T_1, \dots, T_n on graafi $G - t$ sidusad komponendid. Puu P *tsentroidiks* nimetatakse hulka

$$\{c \in T \mid \tau(c) \leq \tau(t) \forall t \in T\}.$$

Tõestada, et mistahes puu tsentroid koosneb kas ühest tipust või naabertippude paarist.

9*. Tõestada, et kui graafi G kõigi tippude astmed on vähemalt $k - 1$, siis kõik k -tipulised puud on isomorfsed graafi G mingi alamgraafiga.