Sügis 2016

Kombinatoorika.

Praktikum 6: Puud II.

1. ($\sim$MN 5.1.2) Tõestada, et graaf $G = (T, S)$ on puu parajasti siis, kui ta ei sisalda ühtegi tsüklit ja $|T| = |S| + 1$.

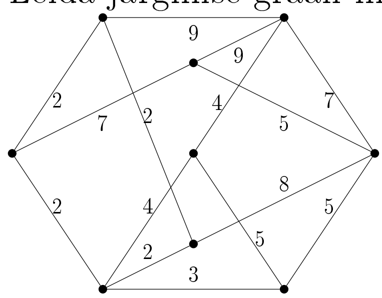
2. ($\sim$MN 5.3.3) Olgu $G = (T, S)$ graaf. Konstrueerime uue graafi $G^{(k)} = (T, S')$, kus

$$S' = \left\{ \{s, t\} \in \binom{T}{2} \;\middle|\; d_G(s, t) \leq k \right\}.$$

Leida sidus graaf G_0, mille korral $G_0^{(2)}$ ei ole Hamiltoni graaf. Kas $G_0^{(3)}$ on Hamiltoni graaf?

3. Kas sidusa graafi igal kahel aluspuul on alati vähemalt üks ühine serv?

4. Leida järgmise graafi minimaalse kaaluga aluspuu:



5. (MN 5.4.2) Olgu $P = (T, S')$ graafi $G = (T, S)$ aluspuu. Tõestada, et mistahes $s \in S \setminus S'$ korral sisaldab graaf $P + s$ täpselt ühte tsüklit.

6. (MN 5.4.4) Olgu $G = (T, S)$ sidus graaf ja $k : S \to \mathbb{R}$ injektiivne kaalufunktsioon. Tõestada, et graafil G on täpselt üks minimaalne aluspuu.

7. (MN 5.4.5) Tõestada, et iga sidusa graafi G, iga kaalufunktsiooni $k : G \to \mathbb{R}$ ja kaalufunktsioonile k vastava minimaalse aluspuu P jaoks leidub selline servade järjestus, et vastavaks Kruskali algoritmi väljundiks on täpselt puu T.

8. (MN 5.4.8) Olgu T tasandi $\mathbb{R}^2$ mingi n-punktiline alamhulk ja vaatleme täielikku graafi $K = (T, \binom{T}{2})$ tipuhulgal T koos kaalufunktsiooniga $k : T \to \mathbb{R}$, kus $k(s, t)$ on punktide s ja t vaheline eukleidiline kaugus. Tõestada, et graafil K koos kaalufunktsiooniga k leidub lõikumatute servadega minimaalne aluspuu.

9*. Kui mitu mitteisomorfset aluspuud on graafil $K_{2,n}$?