

Lõplikud korpused I

3. praktikumi ülesanded

Juured ja ringpolünoomid.

1. Leida kõik 13. astme ühejuured korpuses $\mathbb{F}_{27} = \mathbb{Z}_3[x]/(x^3 + x^2 - 1)$. Kas nende hulgas on primitiivseid ühejuuri? Kui jah, siis leida üks neist.
2. Kui palju on korpuses \mathbb{F}_{29} elemente, mis omavad a) 7. astme, b) 8. astme, c) 9. astme juurt? Millised need elemendid on?
3. Veenduda, et $\mathbb{F}_5[x]/(x^2 + x + 1) = \mathbb{F}_{25}$ ja leida, kui palju on korpuses \mathbb{F}_{25} elemente, mis omavad kuupjuurt? Millised need elemendid on?
4. Leida, millistes ülimalt 99-elemendilistes korpustes on elemendil -1 olemas 4. astme juur.
5. Leida ringpolünoom \mathcal{Q}_{15} , selle taandumatute tegurite arv ja 15. ringkorpuse $K^{(15)}$ üle \mathbb{F}_8 .
6. Leida kümme vähimat algarvu, mille korral $x^{p-1} + x^{p-2} + \dots + x + 1$ on taandumatu üle \mathbb{F}_2 .
7. Leida *kõigi* n . astme ühejuurte ruutude summa üle lõpliku korpuse K . (Ühejuured võivad korduda, kui $\text{char}(K) \mid n$.)
8. Olgu K kommutatiivne korpus ja $n > 1$ paaritu naturaalarv. Tõestada, et n . ja $2n$. järku ringkorpused üle K langevad kokku, st. $K^{(n)} = K^{(2n)}$.
- 9*. Olgu ξ_n primitiivne n . astme ühejuur üle \mathbb{F}_p , $p \in \mathbb{P}$. Leida $\mathbb{F}_p(\xi_n)$.