

Matemaatiline analüüs I

9. praktikumi näidislahendus

Ülesanne 46. Leidke järgmiste funktsioonide tuletised.

$$f) f(x) = \frac{(x-2)^2 \sqrt[3]{x+1}}{(x-5)^3}.$$

Lahendus:

f) Keeruline viis antud funktsiooni tuletist leida on kasutada korrutise ja jagatise tuletise valemeid. Lihtsam meetod on logaritmiline diferentseerimine:

$$\ln|f(x)| = \ln \frac{|x-2|^2 \sqrt[3]{|x+1|}}{|x-5|^3} = 2 \ln|x-2| + \frac{1}{3} \ln|x+1| - 3 \ln|x-5|,$$

kust

$$(\ln|f(x)|)' = \frac{2}{x-2} + \frac{1}{3(x+1)} - \frac{3}{x-5}.$$

Järelikult

$$\frac{2}{x-2} + \frac{1}{3(x+1)} - \frac{3}{x-5} = (\ln|f(x)|)' = \frac{f'(x)}{f(x)},$$

mistõttu

$$f'(x) = f(x) \cdot \left(\frac{2}{x-2} + \frac{1}{3(x+1)} - \frac{3}{x-5} \right) = \frac{(x-2)^2 \sqrt[3]{x+1}}{(x-5)^3} \left(\frac{2}{x-2} + \frac{1}{3(x+1)} - \frac{3}{x-5} \right).$$

Vastus: Otsitav tuletis on $f'(x) = \frac{(x-2)^2 \sqrt[3]{x+1}}{(x-5)^3} \left(\frac{2}{x-2} + \frac{1}{3(x+1)} - \frac{3}{x-5} \right)$.