Matemaatiline analüüs I
22. praktikum

Olgu (a_n) arvjada ning $a \in \mathbb{R}$.
Kirjutist $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x-a)^n$ nimetatakse *astmereaks.*
Arve a_n nimetatakse selle astmerea *kordajateks.*
Astmerida on funktsioonide rida kujul $\sum\limits_{n=0}^{\infty} f_n$, kus $f_n\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ on defineeritud kui $f_n(x) = a_n \cdot (x-a)^n$.
Iga konkreetse $x \in \mathbb{R}$ fikseerimisel muutub astmerida $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x-a)^n$ arvreaks.
Astmerea $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x-a)^n$ *koonduvuspiirkond*
$X \overset{\text{def}}{=} \left\{ x \in \mathbb{R} \colon \text{arvrida } \sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x-a)^n \text{ on koonduv} \right\}$.

Astmerea $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x-a)^n$ *absoluutse koonduvuse piirkond*
$A \overset{\text{def}}{=} \left\{ x \in \mathbb{R} \colon \text{arvrida } \sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x-a)^n \text{ on absoluutselt koonduv} \right\}$.

Astmerea $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x-a)^n$ *koonduvusraadius* $R \overset{\text{def}}{=} \dfrac{1}{\lim_n \sqrt[n]{|a_n|}} = \dfrac{1}{\lim_n \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|}$.

Oma koonduvuspiirkonnas on astmerida funktsioon $f\colon X \to \mathbb{R}$, kus

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (x-a)^n.$$

Teoreem 10.4. (Cauchy–Hadamard)**.** $(a-R, a+R) \subset A \subset X \subset [a-R, a+R]$.

Koonduvuspiirkondade uurimisel osutub mõnikord kasulikuks *Stirlingi valem*:

$$\frac{e^n}{n^n} \sim \frac{\sqrt{2\pi n}}{n!}, \text{ kui } n \to \infty.$$